دراسة الدوال الآسية

المسألة :01

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x)=e^x+x+1$

أ) احسب النهاية عند اطرق مجموعة التعريف.

ب) ادرس تغيرات الدالة g .ثم شكل جدول تغيراتها.

ت) عين $\lim_{x\to-\infty}(g(x)-x-1)$.فسر النتيجة هندسيا .

ث) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,3;-1,2[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ج) أنشئ (C_g) المنحنى البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$$

(C_f) هو المنحنى البياني للدالة في المستوي المنسب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب النهاية عند اطرق مجموعة التعريف.

2) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$

ثم استنتج اتجاه تغيرات الدالة f .

3) بين ان $f(\alpha)=\alpha+1$.ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) عين معادلة المماس (D) للمنحنى البياني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$.ثم ادرس وضعية (C_f) بنسبة (D).

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحى بجور $+\infty$

6) ا) أدرس وضعية المنحى (C_f) و المستقيم (Δ).

7) ارسم المنحى (D)، (C_f) و (Δ) .

1) عين بيانيا حسب قيم الوسط الحقيقي m حلول المعادلة

$$\frac{2xe^x}{e^x+1}-x-2m=0$$

III. نعتبر الدالة h المعرفة بالعلاقة : $h(x)=f(-x)$ على $\mathbb{R}$.

أ) أنشئ (C_h) في نفس المعلم.

المسألة :02

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـــ : $f(x)=(x^2+x+2)e^{-x}$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن انه يقبل فرع لا نهائيا باتجاه حامل محور الترتيب

2) ا) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ (نذكر أن $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0$ حيث عدد طبيعي) . استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب يطلب تعين المعادلة .

3) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات.

ب) اكتب معادلة المماس (T) لـــ (C_f) عند $x_0=0$.

ج) بين أن المعادلة : $f(x)=3$ تقبل حلا وحيد α في المجال $[-1\,,0]$. أعط حصر للعدد α بتقريب 10^{-1} .

4) ا) بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما (لا يطلب تعين المعادلات).

ب) ارسم المماس (T)و المنحني (C_f)

4) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1\,,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

ا) بين ان الدالة g عبارة عن مركب دالتين إحداهما الدالة f (أي $g=u\circ f$) يطلب تعيين الدالة u . ب) . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ج) احسب$g'(x)$.

د) انشئ جدول تغيرات g انطلاقا من جدول تغيرات f .

5) m وسيط حقيقي . نعتبر الدالة f_m المعرفة على IR بـــــ : $f_m(x)=(x^2+mx+2)e^{-x}$ عين قيم m حتى تقبل الدالة f_mفيما تين حديتين محليتين .

المسألة:03 .

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـــ : $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

وليكن (C_f)منحتيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة fثم شكل جدول التغيرات.

2) اثبت أن المنحني (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة .

3) بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز التناظر للمنحني (C_f) و ارسم المنحني(C_f)

4) لتكن الدالة h المعرفة بـــ :
$h(x)=\dfrac{2e^x}{\left|e^x-1\right|}$ (γ) تمثيلها البياني .

أ) اكتب $h(x)$ دون استعمال رمز القيمة المطلقة .

ب) باستخدام المنحني (C_f) ، ارسم المنحني (γ) .

ت) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيق m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $(m-3)\left|e^x-1\right|=2e^x$

المسألة : 04 . a,b عددان حقيقيا و لتكن الدالة g المعرفة على $\Re$: $g(x)=(ax+b)e^x-1$ تعطى تغيرات الدالة g في الجدول التالي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(1

(2

$\Re$

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re^*$: $f(x)=\dfrac{e^x-2x+1}{x}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1) اثبت انه من اجل كل x من $\Re^*$ فان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f على $\Re^*$.

2) احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) اثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين ، و انه يقبل فرع لا نهائيا باتجاه حامل محور الترتيب .

4) بين أن $f(\alpha)=-2+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ثم أعط حصرا لـ : $f(\alpha)$

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند $x_0=1$

6) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) (وحدة الرسم : $1cm$)

المسألة : 05 . ا) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ : $g(x)=e^x-x$

ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها ثم بين انه من اجل كل x من IR فان : $g(x)>0$

ب) نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^x+3}{e^x-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$ المبين أسفله ، و المستقيم (T) هو المماس لـ (C_f) عند المبدأ .

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ..

2) حل في المجموعة IR المتراجحة : $e^{2x}-4e^x+3>0$

3) ثم استنتج إشارة الدالة $f(x)$ من اجل كل x من IR .

4) باستعمال القراءة البيانية :

5) أعط حصر سعته $0,2$ للعدد ين الحقيقيين α و β الموافقين للقيمتين الحديتين المحليتين للدالة f على IR .

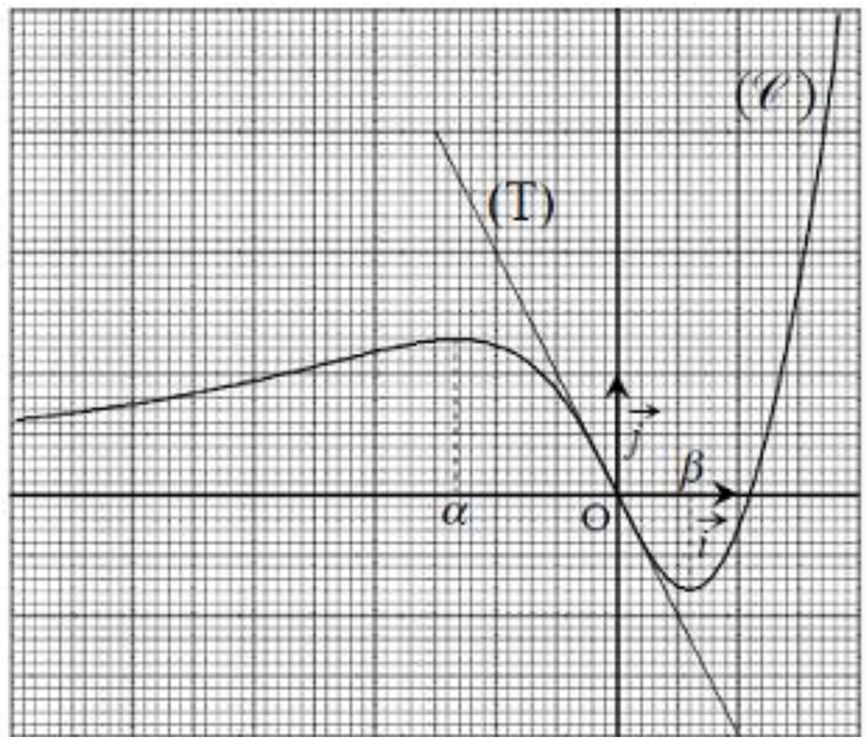
6) عين قيم كل من : $f'(\alpha)$ ، $f'(\beta)$ ، $f'(0)$.

7) ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

8) لتكن الدالة h المعرفة على $]-\infty;0[$ بـــ :

$$h(x)=\frac{1}{f(x)}$$

- أنشئ جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty;0]$
- استنتج جدول تغيرات الدالة h .



المسألة : 06:

I. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) هو المنحنى البياني للدالة في المستوي المنسب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f .

2) ا) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة المماس (T) للمنحنى البياني (C_f) عند النقطة ω.

ب) بين أن النقطة ω مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

3) ا) عين $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+3)]$.

أ) استنتج أن يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة كل منهما .

4) ا) بين أن يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة فاصلتها α في المجال $]-2,77\ ;\ -2,76[$.ب) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربين .

II. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$g(x)=-x+3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_g) هو المنحنى البياني للدالة في المستوي المنسب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(-x)=g(x)$

ب) استنتج أنه يوجد تحول نقط بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)

2) أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة g)

Equation différentielle

<u>المعادلات التفاضلية:</u>

I. المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$\boxed{(y'-ay=0)\ \ y'=ay}$$

حلول المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى من الشكل $y'=ay$ هي مجموعة الدوال المعرفة كما يلي $f_c(x)=ce^{ax}$ بحيث حيث c عدد حقيق ثابت

مبرهنة : من اجل كل ثنائية (x_0,y_0) المعادلة تقبل حلا وحيد يحقق $f_c(x_0)=y_0$