

$$e^{\ln a} = a$$

$$(a > 0) : x = \ln a \Leftrightarrow e^x = a$$

(ln) يرمز إلى اللوغاريتم النبيري)

$$\text{مثال : } e^{3\ln 2} = (e^{\ln 2 + \ln 2 + \ln 2}) = (e^{\ln 2})^3 = (2)^3 = 8$$

الدالة الآسية قابلة الاشتقاق على كل \mathbb{R} :
(e^x)' = e^x

إذا كانت $u(x)$ عبارة بدلالة x معرفة على مجال مفتوح فان :

$$[e^{u(x)}]' = u'(x) \times e^{u(x)}$$

بعض النهايات: α عدد طبيعي غير معدوم

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$(\alpha) , \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$

تمرين 01: بين من اجل كل عدد حقيقي ما يلي:

$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}$	$\frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$
---	---

02: بسط

$e^{nx} = (e^x)^n$	$e^{x+y} = e^x \times e^y$	$e^0 = 1$
$e^{-1} = \frac{1}{e}$	$e^{-x} = \frac{1}{e^x} > 0$	$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

تمرين

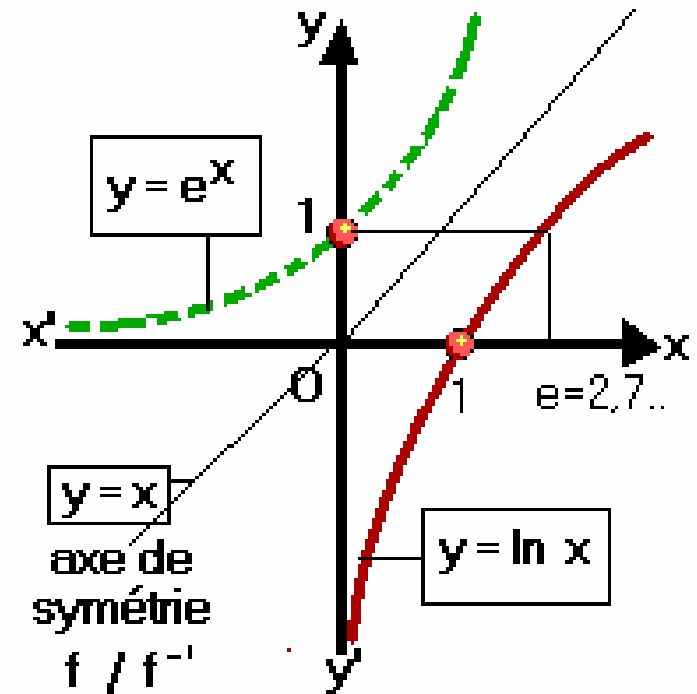
الدالة الآسية

- الدالة الوحيدة $f(x)$ حيث $f'(x) = f(x)$ وتحقق $f(0) = 1$

هي $f(x) = e^x$ مع

$$e \approx 2,718$$

الدالة $f(x) = e^x$ هي معرفة على كل \mathbb{R}



يقيان

و n

العبارات التالية:

1) $f(x) = (e^x)^3 \times e^{-4x}$	2) $g(x) = \frac{(e^{2x+1})}{e^{-4x+1}}$	3) $h(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}}$
------------------------------------	--	---

تمرين 03: تحل في □ المعادلة التالية ذات المجهول x :

3) $e^x - 2 = 0$	2) $e^x = -3$	1) $e^x = 3$
6) $e^{1-2x} = e^{-x}$	5) $e^{4x-3} = 0$	4) $e^{2x} = 6$
4) $e^x - e^{-x} = 0$	8) $e^{-5x} = \frac{1}{e}$	7) $e^{x+3} = 1$

تمرين 04:

حل في □ المعادلة التالية ذات المجهول x :	استنتج في □ حلول المعادلة التالية ذات المجهول x :
1) $x^2 + 3x - 4 = 0$	2) $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$
3) $2x^2 - 5x + 2 = 0$	4) $2e^x + 2e^{-x} - 5 = 0$
5) $x^3 + 3x^2 - 4x = 0$	6) $e^{3x} + 3e^{2x} - 4e^x = 0$
7) $8x^4 + 6x^2 + 1 = 0$	8) $8e^{4x} + 6e^{2x} + 1 = 0$

تمرين 05:

لتكن كثير الحدود ذات المتغير الحقيقي المعروف
كما يلي : $p(x) = x^3 - 4x^2 - 29x - 24$

1) احسب $p(-1)$ و $p(-3)$ ثم استنتج تحليلا لعبارة $p(x)$.

2) حل في □ المعادلة $p(x) = 0$ و استنتج حلول المعادلة : $e^{2x} - 4e^x - 29 - 24e^{-x} = 0$

تمرين 06:

حل في □ حلول المترجمات التالية ذات المجهول x :	حل في □ المترجمات التالية ذات المجهول x :
2) $e^{x+1} > e^{\frac{2}{x}}$	1) $e^{3x} \leq 1$
4) $e^{2x^2} \leq e^{5x+3}$	3) $e^{x^2} > (e^3)^4 e^{-x}$
6) $2e^x - 1 < 0$	5) $e^{-x} - 2 \geq 0$
استنتج في □ حلول المترجمات التالية ذات المجهول x :	حل في □ المترجمات التالية ذات المجهول x :
7) $e^{2x} + 3e^x - 4 < 0$	8) $x^2 + 3x - 4 < 0$
10) $2e^x + 2e^{-x} - 5 \leq 0$	9) $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$

تمرين 07:

لتكن كثير الحدود ذات المتغير الحقيقي المعروف
كما يلي : $p(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$

الدالة الآسية قابلة الاشتقاق على كل IR :
 $(e^x)' = e^x$

إذا كانت $u(x)$ عبارة بدلالة x قابلة
 الاشتقاق على مجال I فان :

$$\left[e^{u(x)} \right]' = u'(x) \times e^{u(x)}$$

تمرين 10

1) عين الأعداد الحقيقية a, b, c حيث :

$$p(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$$

حل في \square المتراجحة $p(x) \geq 0$ و استنتج حلول

$$2e^{3x} - e^{2x} - 13e^x - 6 \geq 0 :$$
 المتراجحة :

تمرين 08 : x و y مجهولين حقيقيين حل في
 $IR \times IR$ جمل المعادلات التالية :

$$1) \begin{cases} 2e^x + 3e^y = 8 \\ 3e^x - 2e^y = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + y = 1 \\ e^{2x+1} \times e^{y-1} = 1 \end{cases}$$

حل	
$(0, \ln 2)$	$(-1, 2)$

تمرين 09 :

مثل بيانيا ، باستعمال الدالة المرجعية و
 تحويلي نقطي بسيط :

3) $h(x) = e^{x-1} + 2$	2) $g(x) = e^{x-1}$	1) $f(x) = e^{-x}$
	5) $k(x) = -e^{-x}$	4) $p(x) = -e^x$

تذكير