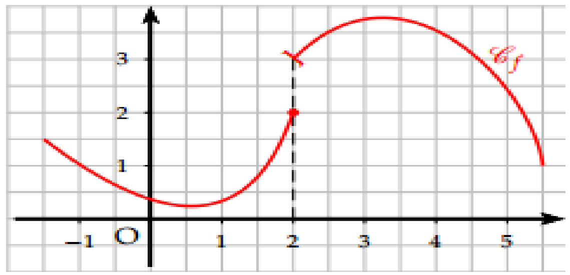
الاستمرارية

استمرارية عند x_0	استمرارية على يمين x_0	استمرارية على يسار x_0
$x_0 \in D_f$	$x_0 \in D_f$	$x_0 \in D_f$
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$	$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0} f(x)=f(x_0)$	$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0} f(x)=f(x_0)$
نقول ان مستمرة على مجال I إذا كانت مستمرة من اجل كل x_0 من I المجال	إذا كانت: $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0} f(x)=f(x_0)$ فإن الدالة مستمرة عند x_0	

خوص الاستمرارية :

- الدوال كثيرة الحدود مستمرة على □
- الدوال الجذرية مستمرة على مجموعة التعريف
- الدوال الناطقة مستمرة على مجموعة التعريف

- الدوال كثيرة الحدود و $\sin$ و $\cos$ مستمرة على □
- جداء دالتين مستمرتين هي دالة مستمرة
- صورة مجال بوسيطة دالة مستمرة هو مجال.



$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=3\neq f(2)$$

غير مستمرةعند2

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 2} f(x)=f(2)=2$$

مستمرة على يسار 2

تمرين 16: ادرس استمرارية الدالة f عند x_0 في كل حالات من الحالات التالية

1) $f(x)=x^2+x\ ,x_0=0$	2) $f(x)=\dfrac{x^2+2x+6}{x+1},x_0=1$
3) $f(x)=\left\|x^2+x\right\|,x_0=0$	4) $f(x)=\sqrt{x^2+5x+6}\ ,\ x_0=2$
5) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x-1},x_0=1$	

تمرين 17:

ادرس استمرارية الدالة f على يسار x_0 في كل حالات من الحالات التالية

1) $f(x)=x^2+x\ ,x_0=1$	2) $f(x)=\dfrac{x^2+2x+6}{x+1},x_0=1$
3) $f(x)=\left\|x^2+x\right\|,x_0=-1$	4) $f(x)=\sqrt{x^2+5x+6}\ ,\ x_0=-2$

تمرين 18:

ادرس استمرارية الدالة f على يمين x_0 في كل حالات من الحالات التالية

1) $f(x)=x^2+x\ ,x_0=1$	2) $f(x)=\dfrac{x^2+2x+6}{x+1},x_0=1$

3) $f(x)=\left\|x^2+x\right\| , x_0=0$	4) $f(x)=\sqrt{x^2+5x+6}\ , x_0=-3$

تمرين 19: لتكن f دالة معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x} & ,x>0 \\ f(x)=\dfrac{1-x^2}{x-2} & ,x\leq 0 \end{cases}$$

- بين أن الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

تمرين 20: لتكن f دالة معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sin 2x}{|x|} & ,x\neq 0 \\ f(x)=2 & ,x=0 \end{cases}$$

-ادرس استمرارية الدالة f عند $x_0=0$

تمرين21: لتكن f دالة معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{(2+x)^2-4}{x} & ;x\neq 0 \\ f(0)=5 \end{cases}$$

-ادرس استمرارية الدالة f عند $x_0=0$

تمرين 22:

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=|x-1|+\dfrac{2}{x+1}$

- اكتب عبارة f دون رمز القيمة المطلقة .
- ادرس استمرارية الدالة على مجموعة التعريف .

القيم المتوسطة

مبرهنة القيم المتوسطة :

f دالة مستمرة على مجال $[a\ ;\ b]$ من اجل كل k عدد حقيقي محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فيوجد على الأقل حل α ، $\alpha\in[a\ ;\ b]$ بحيث : $f(\alpha)=k$

-حالات خاصة:

اذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a\ ;\ b]$ و كانت $f(a)\times f(b)\prec 0$ فيوجد حل وحيد α ، $\alpha\in[a\ ;\ b]$ بحيث :

$f(\alpha)=0$

تمرين23:

برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3-4x=-2$ تقبل على الاقل حلا في المجال $[-3,-2]$.

تمرين 24:

f دالة معرفة $\mathbb{R}$ على كما يلي : $f(x)=-x^3+3x^2-1$

1) احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.
2) أحسب مشتقة الدالة ثم شكل جدول التغيرات.
3) بين المعادلة تقبل حل واحدا عل كل من المجالات التالية:

$[2,3]$، $[0,1]$ ، $[-1,0]$

التمرين25:

f دالة معرفة $\mathbb{R}-\{2\}$ على كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & ;x>3\\ \dfrac{1-x}{x-2} & ;x\le 3\end{cases}$$

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $f(3)$
2) ادرس استمرار الدالة f عند 3 .
3) اثبت ان المعدلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1,1[$ فسر ذلك هندسيا .

توظيف معلومات الوحدة الأولى

تمرين 26:

الجزء الأول :

g دالة عددية معرفة على $\mathfrak{R}$ ب : $g(x)=x^3-3x^2+3x-5$

1) ادرس تغيرات الدالة g
2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2;3[$.
3) استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على $\mathfrak{R}-\{1\}$ ب : $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+3x+1}{(x-1)^2}$

1احسب نهايات الدالة f

2)بين ان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$

3)شكل جدول تغيرات الدالة f

1) بين ان : $f(\alpha)=\dfrac{6}{(\alpha-1)^2}$
2) بين ان : $f(x)=x-1+\dfrac{2}{(x-1)^2}$
3) بين ان (C_f) يقبل خطين مقاربين احدهما مائل .
4) أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة .في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

نختار $\alpha\approx 1,8$

تمرين27: