الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ام البواقي

سلسلة دعم الثلاثي الأول (عطلة الشتاء) — ثانوية بوحازم عبد المجيد .ع. كرشة

القسم : 3 ع ت + 3 ت ر — المدة : 4ساعات

اعداد الاستاذ : بوشوارب ياسر

التمرين الأول : (الهندسة الفضائية)

نعتبر النقط $A(1,2,-3)$, $B(-3,1,4)$ و $C(2,6,-1)$ و المستوي (P) الذي $2x-y+z+3=0$ معادلة له

اجب بصحيح أو خطأ مع التعليل على العبارات التالية :

1- النقط A,B و C تعين مستويا .

2- المستوي (P) هو المستوي (ABC) .

3- $-2x+y-z-3=0$ معادلة للمستوي الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(2,-1,1)$ شعاع ناظمي له .

4- النقطة $H(-1,1,0)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) .

5- المسافة بين النقطة D و المستوي (P) تساوي 3

6- حجم الرباعي $ABCD$ هو $2u^3$

7- المستقيم (OB) محتوى في المستوي (P).

8- مجموعة النقطة التي تحقق : $\overrightarrow{BM}.\vec{n}=2$ هي مستوي يشمل A و ناظمه $\vec{n}$.

9- مجموعة النقط التي تحقق $d(A,(p))=d(D,(p))$ هي مستقيم .

التمرين الثاني :

$(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم للفضاء متعامد ومتجانس.نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$.

1. بين أن النقط A و B و C تعين مستو يطلب تعيين شعاع ناظمي له .
2. استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. t عدد حقيقي موجب تماما ، I مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب G مرجح النقط A و B و C المرفقة بالمعاملات 1 و 2 و t على الترتيب .

أوجد احداثيات النقطة I. ثم عبر عن الشعاع $\overrightarrow{IG}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{IC}$.

ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالدستور $f(x)=\frac{x}{x+3}$ ثم استنتج مجموعة النقط G لما t يمسح المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الثالث :

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $f(x)=ln(e^x+2e^{-x})$ و (C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس .

الجزء الأول :

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x)=x+ln(1+2e^{-2x})$ و $f(x)=-x+ln(2+e^{2x})$
2. أدرس تغيرات الدالة f.
3. – بين أن المستقيمين (d) و(d')اللذين معادلتيهما $y=x$ و $y=-x+ln2$ على الترتيب مقاربان للمنحني (C_f) .

– أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى كل من (d) و(d') .

– أكتب معادلة للمماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

– ناقش حسب قيم العدد الحقيقي a وجود مماس للمنحني (C_f) معامل توجيهه a .ثم عين في حالة وجود المماس فاصلة نقطة التماس

– بين أن المستقيم الذي معادلته $x = \frac{1}{2}ln2$ محور تناظر للمنحني (C_f) .

4. أنشيء كلا من (d) و (d') و(Δ) و(C_f) .

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $e^{2x} - e^{m+x} + 2 = 0$.

التمرين الرابع (تقني رياضي + رياضي) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بما يلي:

$f(x) = x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) + \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$ من أجل $x > 0$ و $f(0) = \frac{1}{2}$

و ليكن C_f تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$، وحدة الرسم: 2 cm

الجزء الأول دراسة دالة مساعدة

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln(x+2) - \ln x - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{4}$

1. (أ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0; +\infty[$

(ب) عيّن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

2. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[2; 3]$ ، $g(x) < \frac{1}{2}$

الجزء الثاني دراسة الدالة f

1. عيّن نهاية $x \mapsto x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ عند 0 (ضع $x = \frac{1}{t}$) و اثبت أنّ الدالة f مستمرة عند 0

2. هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

3. تحقق أنّ $f'(x) = g(x)$ و استنتج اتجاه تغيّر الدالة f

4. (أ) أثبت أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) = 2$ (يُمكن استعمال النتيجة $\lim\limits_{h\to0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$)

(ب) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(جـ) أثبت أنّ المستقيم $\mathcal{D}$ ذو المعادلة $y = \frac{x}{4} + \frac{5}{2}$ هو مقارب للمنحني C_f عند $+\infty$

5. أنشئ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المستقيمين $\mathcal{D}$ و المنحني $\mathcal{C}_f$

التمرين الخامس :

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة التالية: $(*)$ ... ... $20x - 9y = 2$

1. بين أنه اذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة $(*)$ فان y مضاعف للعدد 2 .

2. حل في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة $(*)$.

3. ليكن $d = pgcd(|x|; |y|)$ حيث $(x; y)$ حلا للمعادلة $(*)$ ما هي القيم الممكنة للعدد d .

4. عين حلول المعادلة $(*)$ التي تحقق $d = 2$.

5. ليكن N عدد طبيعي يكتب $\overline{ca5}$ في النظام ذي الأساس 6 ويكتب $\overline{bbaa}$ في النظام ذي الأساس 4 .

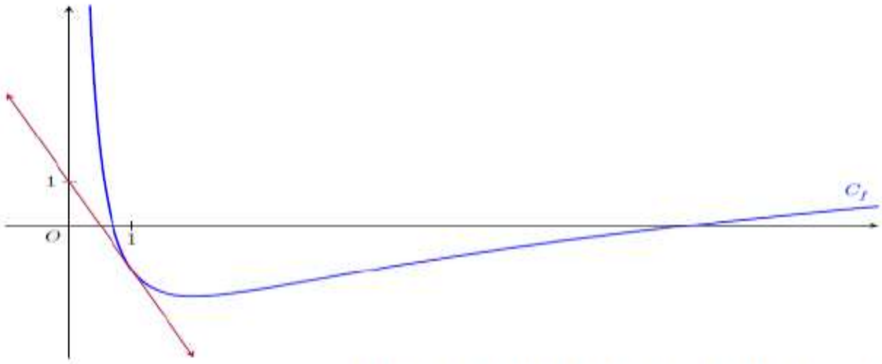
– بين أن العدد $(a + 5)$ مضاعف للعدد 4 .

– استنتج قيم الأعداد a و b و c ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

التمرين السادس :

الجـزء الأول

f هي الدالة المعرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و f' هي دالتها المشتقة



$\mathcal{C}$ هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس

(T) هو المماس للمنحنى $\mathcal{C}$ في النقطة $(1;-1)$ و يشمل النقطة $(0;1)$

1. عيّن $f(1)$ ، $f'(1)$ ثم جد معادلة المماس (T)
2. نعلم أنّ $f(x)$ هي من الشكل $f(x)=2\ln x+\frac{a}{x}+b$ حيث a و b عددان حقيقيان

(أ) عيّن $f'(x)$

(ب) استنتج قيمتي a و b

الجـزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي

$$f(x)=2\ln x+\frac{4}{x}-5$$

1. (أ) عيّن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

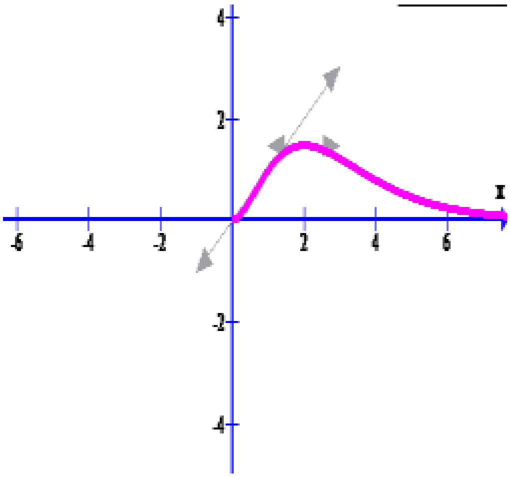
(ب) عيّن $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ما ذا تستنتج بيانيا ؟

2. أدرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها
3. (أ) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين α و β

(ب) شكل جدول تغيّرات الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=|f(x)|$

التمرين السابع (علمي) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (C) التمثيل البياني المقابل يمثل دالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[0,+\infty[$. نرمز بالرمز f' للدالة المشتقة .



المنحنى (C) يشمل النقطتين $A(1,1)$ و $B\left(2,\frac{4}{e}\right)$

المماس للمنحنى (C) عند النقطة A يشمل المبدأ O

1- أحسب كلا من $\lim f;x\to+\infty$, $f'(1)$ و $f'(2)$ مبررا إجابتك .

2- برهن أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل في المجال $[0,+\infty[$ حلين بالضبط أحدهما 1 .

3- نعرف دالة g على المجال $]0,+\infty[$ بمايلي : $g(x)=\ln(f(x))$

– لماذا المجال مفتوح عند الصفر ؟

– ادرس باستعمال المنحنى (C) اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$

الجزء الثاني : في كل مايلي تقبل أن الدالة f المعرفة في الجزء الأول معرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2e^{(-x+1)}$

1- أثبت أنه من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$: $g(x)=-x+1+2\ln(x)$.

2- أحسب $g'(x)$ بدلالة x .

- استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$.

3- لتكن الدالة h المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=(x^2+2x+2)e^{-x+1}$

- احسب $h'(x)$ بدلالة x (h' هي الدالة المشتقة للدالة h)

- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0,+\infty[$: $f(x)=-h'(x)$

- استنتج دالة F تكون دالتها المشتقة على $[0,+\infty[$ هي الدالة f .

التمرين الثامن :

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^3-11n+48$ يقبل القسمة على $(n+3)$

2) أثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^2-9n+16$ هو عدد طبيعي غير معدوم .

3) يرمز $p\gcd(a,b)$ إلى القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b

أ- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي من 2 : $p\gcd(3n^3-11n,n+3)=p\gcd(48,n+3)$

ب- عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 .

ج) استنتج مجموعة الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\left(\dfrac{3n^3-11n}{n+3}\right)$ طبيعيا .

التمرين التاسع :

1 . أ) أنشر العبارة $(n+3)(3n^2-9n+16)$ مع $n\in\mathbb{N}$.

- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون العدد $3n^3-11n+48$ قابلا للقسمة على $n+3$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3n^2-9n+16$ هو عدد طبيعي غير معدوم .

2- بيّن أنه ، من أجل كل الأعداد الطبيعية غير المعدومة a ، b و c ، تكون المساواة التالية صحيحة :

$$PGCD(a;b)=PGCD(bc-a;b)$$

3 . بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي 2 ، تكون المساواة التالية صحيحة :

$$PGCD(3n^3-11n;n+3)=PGCD(48;n+3)$$

4 . أ) عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد الطبيعي 48 .

ب) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $A=\dfrac{3n^3-11n}{n+3}$ عددا طبيعيا

التمرين العاشر :

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم

1- بين أن $2n^3+3n^2+3n+1$ يقبل القسمة على $2n+1$

2- استنتج أن $p\gcd(2n^3+3n^2+3n+13,2n+1)$

3- بين أنه توجد قيمة واحدة غير معدومة n حيث :

$$p\gcd(2n^3+3n^2+3n+13,2n+1)=2n+1$$

التمرين الحادي عشر :

ليكن n عدد طبيعي .

1- بين أن : $p\gcd(n+2;3n+5)=1$

2- عين : $p\gcd(4n+1,4n-1)$

قال الإمام الشافعي :أخي لن تنال العلم إلا بستةٍ . سأنبئك عن تأويلها ببيان

ذكاء ، وحرص ، وإجتهاد ، وبُلغة ، وإرشاد أستاذ ، وطول زمان . البُلغة" معناها التفرغ

"