الـــــــــــــــدول الأصليـــــــــــــــــة

نرمز بـــ : $F(x)$ للدالة الأصلية لدالة $f(x)$

$f(x)$	$F(x)$
$(a \in \mathbb{R})$	$ax+C$
$x^n \ (n \in \mathbb{N})$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+C$
$\frac{1}{x^n}\ ; n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{(n-1)}}+C$
$u'(x)\times u^n(x)\ ; n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{u^{n+1}(x)}{n+1}+C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)}+C$
$\frac{u'(x)}{u^n(x)}\ ; n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$	$\frac{-1}{(n-1)u^{(n-1)}(x)}+C$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\lvert u(x)\rvert+C$
e^x	e^x+c
$u'(x)e^{u(x)}$	$e^{u(x)}+C$

الحساب التكاملي

f دالة مستمرة على $I=[a;b]$ و F دالة أصلية للدالة f على I. التكامل من a إلى b لـ f يرمز بـ: $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

- **علاقة شال**

$$\int_a^b f(x)dx=\int_c^b f(x)dx+\int_a^c f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx \quad \text{و} \quad \int_a^a f(x)dx=0$$

- **f فردية:** $\int_{-a}^a f(x)dx=0$ **f زوجية:** $\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$

- **الخطية**

$$\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx=\alpha\int_a^b f(x)dx+\beta\int_a^b g(x)dx$$

- **الإيجابية**

إذا كانت $f(x)\geq 0$ و $(a\leq b)$ فإن $\int_a^b f(x)dx\geq 0$

- **المقارنة**

إذا كانت $f(x)\leq g(x)$ و $(a\leq b)$ فإن $\int_a^b f(x)dx\leq\int_a^b g(x)dx$

- **القيمة المتوسطة**

القيمة المتوسطة لـ f على $I=[a;b]$ هي: $\mu=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

- **الحصر**

إذا كانت $m\leq f(x)\leq M$ و $(a\leq b)$ فإن $m(b-a)\leq\int_a^b f(x)dx\leq M(b-a)$

- **التكامل بالتجزئة**

$$\int_a^b f(x).g'(x)dx=[f(x).g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x).g(x)dx$$

السيد عماني فاد

الشكل: $f: x^n \rightarrow F: \frac{x^{n+1}}{n+1}+c \; ; n \in \mathbb{Z}-\{-1\}$

تمرين..01...

$f(x)=2x+1$.....(1

$f(x)=10x^4-6x^3-1$.....(2

$f(x)=-(x-1)^2(x+1)$.....(3

$f(x)=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$.....(4

تمرين..02...

1)احسب مشتقة الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3x^3-9x+1$

2)استنتج دالتين أصلية لدالة g بحيث : $g(x)=9x^2-9$

الشكل: $f: u'u^n \rightarrow F: \frac{u^{n+1}}{n+1}+c \; ; n \in \mathbb{Z}-\{-1\}$

تمرين..03...

$f(x)=3(3x+1)^4$.....(1

$f(x)=(2x+7)^6$.....(2

$f(x)=16(4x-1)^3$.....(3

$f(x)=(6x-2)(3x^2-2x+3)^5$.....(4

$f(x)=\frac{1}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^4$.....(5

$f(x)=2x(x^2+3)$.....(6

$f(x)=3(3x^2-6)(x^3-6x)^2$.....(7

تمرين..04...

الشكل: $f: \frac{u'}{u^n} \rightarrow F: \frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}+c; n \neq 1$

حالة خاصة: $n=2$

السيد: غماتي فاضل برج مناييل

$f(x)=\dfrac{1}{(4x+3)^2}$.....(1 $f(x)=\dfrac{6}{(2x+1)^2}$.....(2

$f(x)=\dfrac{2}{(4-3x)^2}$.....(3

$f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$.....(4 $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$.....(5

$f(x)=\dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}$.....(6 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$.....(9

تمرين..04...

1)عين دالة أصلية F لدالة f على المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{1}{x\ln^2 x}$:

2) عين دالة أصلية F لدالة f على المجال $\left]\dfrac{-2}{3};+\infty\right[$:

$f(x)=\dfrac{5}{(3x+1)^4}$

3)) عين دالة أصلية F لدالة f على المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

تمرين..05...

1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=\dfrac{x+1}{(x-1)^3}$

ا)عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=\dfrac{a}{(x-1)^2}+\dfrac{b}{(x-1)^3}$

ب)استنتج دالة أصلية لدالة f

تمرين..06...

1)لتكن f الدالة لمعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x+4}{(x+1)^3}$

2)عين الاعدد الحقيقية a,b بحيث : $f(x)=\dfrac{a}{(x+1)^2}+\dfrac{b}{(x+1)^3}$

الـشكل : $\boxed{f:\dfrac{u'}{2\sqrt{u}},\ u>0\rightarrow F:\sqrt{u}+c}$

السيد : غماتي فاضل بن مذيل

تمرين..06...

الشكل: 1)... $f(x)=\frac{3}{\sqrt{3x+2}}$ ، 2)... $f(x)=\frac{1}{\sqrt{-5x+2}}$

3)... $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-3}}$ ، 4)... $f(x)=\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

5)... $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ، 6)... $f(x)=\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x+2}}$

7)... $f(x)=\frac{e^x}{\sqrt{2e^x+4}}$ 8)... $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{\ln x+4}}$

تـــمرين..07...

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x\sqrt{x}$

1) احسب مشتقة على المجال $]0;+\infty[$

2) لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بحيث : $g(x)=\sqrt{x}$

استنتج دالة أصلية لدالة g.

تـــمرين..08...

الشكل: الدالة الآسية :

$$f: u'(x)e^{u(x)} \rightarrow F: e^{u(x)}+c$$

الجزء الأول :

عين الدالة الأصلية لكل من الدوال التالية :

1)... $f(x)=\frac{1}{4}e^x$ ، 2)... $f(x)=e^{-x}$ ،

3)... $f(x)=xe^{x^2}$ ، 4)... $f(x)=e^{2x+3}$

4)... $f(x)=(x+1)e^{(x^2+2x+4)}$ 5)... $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

السيد غماتي فاضل برج منايل