التمرين الأوّل: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+18=0$ .....(1)
2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1=3-3i$

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

أ) اكتب z_1 على الشكل الأسي .

ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1\times z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$

استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C ذات اللاحقات $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب

أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بالرمز G_α

ب) عيّن مجموعة النقط G_α لمّا يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ ، $C(-1,0,-6)$

بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

برهن أنّ S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ) عيّن إحداثيات G ثمّ تأكد أنها تنتمي إلى S.

ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

1. g دالة معرّفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g.

ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإن $g(x)\neq 0$.

2. لتكن f دالة معرّفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\frac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in]1,+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟