I. ملخ ??لج???لسلمي

1) في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس لتكن النقطة $B(x_B;y_B;z_B)$ و (P) مستوي ،

- مركبة الشعاع $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}(x_B-x_A)\\(y_B-y_A)\\(z_B-z_A)\end{pmatrix}$
- طويلة الشعاع $\overrightarrow{AB}$:

$$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$

- منتصف القطعة $\overrightarrow{AB}$: $\left((\frac{x_B+x_A}{2});(\frac{y_B+y_A}{2});(\frac{z_B+z_A}{2})\right)$
- حجم رباعي الوجوه : $v=\frac{1}{3}\times S\times H$ حيث S مساحة القاعدة و H الارتفاع

2) الجداء السلمي :

$\vec{v}$ و $\vec{u}$ شعاعين حيث $\vec{u}(x,y,z)$ و $\vec{v}(x',y',z')$ الجداء السلمي هو

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz' \qquad \vec{u}\cdot\vec{v}=u.v.\cos(\vec{u},\vec{v})$$

3) التعامد : $\vec{v}$ و $\vec{u}$ متعامدان إذا كان : $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$

4) الارتباط الخطي : $\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا إذا كان $\vec{u}=\lambda\vec{v}$ (λ عدد حقيقي)

- (P) و (P') مستويان $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ ناظميان لهما على الترتيب

(P) يوازي (P') إذا كان $\vec{n}=\lambda\vec{n}'$ (λ عدد حقيقي)

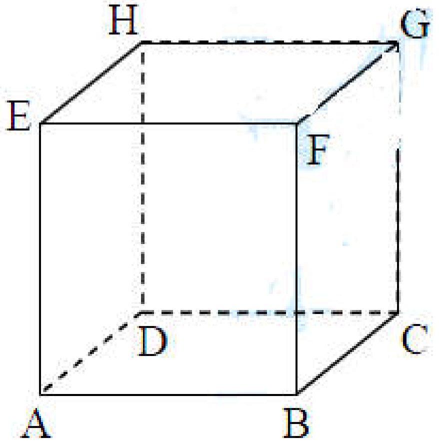
(P) يعامد (P') إذا كان $\vec{n}.\vec{n}'=0$

المستقيم (AB) عمودي على (P) إذا كان $\overrightarrow{AB}=\lambda\vec{n}$

5) بعد نقطة عن مستوي (P) $(P): ax+by+cz+d=0$ هي

$$\frac{|ax+by+cz+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

تمرين 01: $ABCDEFGH$ مكعب ضلعه



1) احسب الجداء السلمي بدلالة a كل من :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BF}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CH}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AG}$ ، $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{EG}$

تمرين 02: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(2;-1;1)$ ، $B(3;-1;0)$ ، $C(1;-1;0)$ ، $D(2;5;1)$

1) احسب $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ، $\|\overrightarrow{CA}\|$ و $\|\overrightarrow{CB}\|$.استنتج بالراذين قيمة الزاوية ACB

2) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$. استنتج طبيعة المثلث ABC .احسب مساحته .

3) بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

4) احسب حجم الرباعي الوجوه $ABDC$.

II. مجم?عة?لنق? في?لفضا?

- $(E_1) : MA = r$ مجموعة النقط (E_1) هي سطح كرة مركزها A و نصف قطرها r معادلتها : $(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2=r^2$

- $(E_2) : MA = MB$ مجموعة النقط (E_2) هي المستوي محور القطعة $[AB]$

$(E_3) : \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}=0$ مجموعة النقط (E_3) هي المستوي شعاعه الناظمي $\overrightarrow{BC}$ و يشمل النقطة A

$(E_4) : \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ مجموعة النقط (E_4) هي سطح كرة قطرها $[AB]$

المرجح في الفضاء : لتكن G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ و

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=0$$

فإن إحداثيات هي :

$$G\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_c}{\alpha+\beta+\gamma};\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_c}{\alpha+\beta+\gamma};\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_c}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$$

لما $\alpha=\beta=\gamma$ **النقطة** G **تمثل مركز ثقل المثلث** ABC .

تمرين 03: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط :

$A(-1;2;0)$ ، $B(-3;4;2)$ ، $C(1;-2;-1)$ ،و $D(2;0;1)$

1) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

2) ا) بين أن شعاع $\vec{n}(a,b,c)$ يكون ناظمي للمستوي (ABC) إذا و فقط إذا كان :

$$\begin{cases}-2a+2b+2c=0\\ 2a-4b-c=0\end{cases}$$

ب)استنتج شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) بمركبات صحيحة.ثم استنتج معادلة للمستوي (ABC)

3) هل المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)؟

التمرين 04:

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(0;3;-3)$ ، $C(-1;1;2)$ ،

1) بين ان النقط A ، B و C تعين مستويا.

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P_1) الذي يشمل النقطة A و $\overrightarrow{BC}$ شعاع ناظمي له.

3) اكتب معادلة ديكارتية ل (P_2) الذي يشمل A ، B و C.

4) اكتب معا ديكارتية للمستوي (P_3) الذي يوازي المستوي ذي المعادلة $x+y=3$ ويشمل النقطة C.

5) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P_4) منصف القطعة $[AB]$.

التمرين 05:

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;0;-1)$ ، $B(2;2;3)$ ، $C(3;1;-2)$ ،

1) اثبت أن المثلث (ABC) قائم ثم أحسب مساحته .

2) أ) بين أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .

ب) استنتج معادلة للمستوي (ABC)

3) عين بعد النقطة $D(-4;2;1)$ عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

تمرين 06 : اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة في كل حالة مما يلي :

1. S_1 كرة مركزها $\Omega(1;0;-2)$ ونصف قطرها $r=\sqrt{3}$

2. S_2 كرة مركزها $\Omega(0;1;1)$ و تشمل النقطة $A(2;0;-3)$

3. S_1 كرة قطرها $[AB]$ حيث $A(0;1;2)$ و $B(-1;-2;0)$

S_1 كرة مركزها $\Omega(1;2;0)$ و المماسية للمستوي $x+2y=0$

تمرين 07 في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}(2,-1,1)$.

1) بين ان النقط A,B,C ليست على استقامية .

2) بين أن الشعاع $\vec{n}$ ناظمي للمستوي (ABC) .و عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) ليكن (Δ) مستقيم ذو التمثيل الوسيطي مع $t\in\Re$ بين أن D تنتمي إلى (Δ) وان (Δ) عمودي على (ABC)

4) ا) ليكن E المسقط العمودي ل D على (ABC) ، بين أن E هي مركز ثقل المثلث ABC.

ب) اوجد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D وتمس المستوي (ABC)

ت) ادرس الوضعية النسبية لسطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ)

التمرين 08 في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(0;2;-2)$ ، $B(-2;0;2)$ ، $C(3;1;-2)$ ،

1) اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AB]$.

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) محور القطعة $[AB]$

3) ا) عين مركز ω و نصف القطر الكرة (S') التي الديكارتية :

$$x^2+y^2+z^2+2y-6z-16=0$$

4) احسب بعد النقطة ω عن المستوي (Q) .

5) بين أن (Q) يقطع سطح الكرة (S') وفق دائرة؟

التمرين 09 في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;0;1)$ ، $B(0;1;2)$ ، $C(-1;1;2)$ ،

1) اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B .

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المماس لسطح الكرة (S) عند النقطة B

3) حدد تمثلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل C و يعامد المستوي (P)

4) ا) احسب $d\left(A,(\Delta)\right)$.

ب) حدد تقاطع (S) و (Δ)

التمرين 10: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقطتين : $A(2;1;3)$ ، $B(-1;-2;0)$.

وليكن المستويات التالية

$(P_1): x+y+z=2$ ، $(P_2): x+2z=0$ و $(P_3): 2x-y-z=4$.

1) عين إحداثيات الأشعة النظمية $\vec{n_1}$ ، $\vec{n_2}$ و $\vec{n_3}$ للستويات (P_1) ، (P_2) و (P_3).

2) بين أن (P_1) و (P_3) متعامدان .هل (P_1) يوازي (P_2) ؟" علل .

3) بين أن المستقيم (AB) يعامد (P_1).

4) احسب البعد بين النقطة A و (P_1) وبين النقطة A و (P_3) .

5) استنتج البعد بين النقطة A و المستقيم (Δ) تقاطع مع (P_3) و (P_1)

تمرين 11: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $\Omega(1;0;1)$ ، $B(3;2;3)$ ، $A(-1;2;-1)$ ،والمستوي (P) الذي معادلته :

$$(P): x-y+z+4=0$$

1) احسب بعد النقطة Ω عن المستوي (P).

2) اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) كرة مركزها Ω و المماسية للمستوي (P) .

3) بين أن النقطة A تنتمي إلى المستوي (P) .

4) احسب المسافة ΩA .استنتج نقطة تماس (S) و (P) .

5) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P') المماس للكرة (S) عند النقطة B

6) عين مركز و نصف القطر كرة (S') معادلتها الديكارتية :

$x^2+y^2+z^2+2x+4z+2=0$ هل (S') تقطع (P)؟ علل .

تمرين 12 في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

لتكن النقط : $A(0;0;2)$ ، $B(1;2;3)$ ، $C(-1;-1;0)$ ،

1) عين G إحداثيات مرجح الجملة . $\{(A,1);(B,2);(C,-1)\}$ ،

2) نعتبر الشعاع : $\vec{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$ بين أن $\vec{u}$ مستقيل عن النقطة الكيفية M. بين أن $\vec{u}(3;4;5)$

3) عين المجموعتين (E) و(F) للنقط M بحيث :

$$(E):\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$$

$$(F):\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right)$$

تمرين 13 الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-2z+4=0$ و النقط : $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$ ،

1) بين ان النقط A ، B و C تعين مستوى وان هذ المستوي هو (P).

2) ا) بين أن المثلث ABC قائم.

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل O و يعامد المستوي (P).

ت) نسمي k المسقط العمودي للنقطة O على .احسب المسافة (P)

ث) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$

3) نعتبر الجملة $\{(O;3),(A;1);(B;1);(C;1)\}$. ،

ا) بين أن هذه الجملة تقبل G مرجع.

ب) بين انه ادا كانت I مركز ثقل المثلث ABC .فان G تنتمي الى المستقيم (OI).

ت) عين المسافة بين G و المستوي (P)

3) لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث

$$(E):\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$$

أ) عين طبيعة مجموعة النقط (E)

ب) ماهي مجموعة النقط المشتركة بين (E) و (P)

تمرين14 في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$ ،

1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

2) ليكن $\vec{n}(3;4;-2)$ تحقق أن $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3) ليكن (P_1) و(P_2) مستويين حيث : $(P_1): 2x+y+2z+1=0$ و

$(P_2): x-2y+6z=0$

أ) بين أن المستويين (P_1) و(P_2) يتقطعان في مستقيم (d) يطلب تعيين تمثلا وسيطيا له.

ب) هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان ؟ علل إجابتك .

ت) استنتج حلول للجملة $\begin{cases} 3x+4y-2z+1=0 \\ 2x+y+2z+1=0 \\ x-2y+6z=0 \end{cases}$.

لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها و نصف قطرها 1 ، عين مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1)

تمرين 15: $A;B;C$ ثلاث نقط من الفضاء .

1) أنشئ G مرجح الجملة $\{(B;-1),(C;2)\}$ و F مرجح الجملة $\{(C;-4),(B;2),(C;-4)\}$.

2) بين أن F مرجح نقطتين مرفقتين بمعاملين يطلب تحديدهما.

3) عين (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

4) عين (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $MA^2+MG^2=1$

5) عين (Γ_3) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}\right).\left(\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}\right)=0$$

<u>تمرين16</u> في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$ ،

1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستوي يطلب تعين معادلته الديكرتية.

2) ليكن (P) و (Q) مستويين المعرفة بمعادلتهما :

3) $(P):\ x-2y+2z-1=0$ و $(Q): x-3y+2z+2=0$

أ) بين أن (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ).

ب) بين أن النقطة C تنتمي الى المستقيم (Δ).

4) بين أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو احد أشعة توجيه المستقيم (Δ) .

5) استنتج التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$ حيث k عدد حقيقي.

<u>تمرين 17</u>

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$ ،

6) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

7) ليكن $\vec{n}(3;4;-2)$ تحقق أن $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

8) ليكن (P_1) و (P_2) مستويين حيث : $(P_1):\ 2x+y+2z+1=0$ و $(P_2): x-2y+6z=0$

أ) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا الوسيطي له.

ب) هل المستقيم (d) و(ABC) المستوي متقاطعان ام متوازيان؟ علل اجابتك.

ت) استنتج حل للجملة $\begin{cases} 3x+4y-2z+1=0 \\ 2x+y+2z+1=0 \\ x-2y+6z=0 \end{cases}$.

9) لتكن (S) سطح الكرات التي مركزها C و نصف قطرها **1**.
ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1).

تمرين 18

$(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء.نعتبر النقط : $A(1;-2;3)$ ، $B(-2;1;-8)$ ، $C(0;0;-2)$.

1) بين أن مجموعة النقط M من الفضاء حيث $AM^2 - CM^2 = 10$ هي مستوي (P) معادلته $x - 2y + 5z = 0$.

2) ا) بين أن مجموعة النقط (S) المعرفة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + 2z = 0$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I و نف قطرها R.

ت) بين أن (P) و (S) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعين نصف قطرها r

3) لتكن G النقطة المعرفة ب : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = 0$

أ) عين إحداثيات G و تحقق أنها تنتمي الى سطح الكرة (S).

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) و الذي يمس (S) في G.

ت) بين ان (Q) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (d) يطلب أعطاء تمثيل و سيطي له

ث) حدد الوضعية النسبية ل (d) و (S).

تمرين 19: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d_1) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-2;3)$ شعاع توجيه له .

2) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d_2) الذي يشمل النقطتين $B(3;2;2)$ و $C(2;3;-1)$
هل (d_2) يشمل $D(3;2;0)$؟

3) عين إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيمين (d_2) و (d_1) .

4) نعتبر المستقيم (d_3) الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = -2\lambda + 1 \\ y = 4\lambda - 3 \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda + 5 \end{cases}$

5) هل (d_1) و (d_3) متوازيان ؟متقاطعان؟ليسا من نفس المستوي ؟

تمرين 20: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستويات التالية

$(P_1): x - 2y + z - 3 = 0$ ، $(P_2): -2x + y + z = 0$ و $(P_3): x + y + z = 6$.

1) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا الوسيطي له.

2) بين أن (P_3) و (d) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.

3) استنتج مماسبق مجموعة حلول الجملة التالية:

ث) $\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ -2x + y + z = 0 \\ x + y + z - 6 = 0 \end{cases}$.

تمرين 21

فسر هندسيا الجملتين التاليتين و استنتج مجموعة الحلول في $\mathbb{R}^3$

$$S_1\begin{cases}2x+y-z=0\\x+y+z=0\\4x+2y-2z-7=0\end{cases}\qquad S_2\begin{cases}x+2y+3z=9\\3x-y-z=-2\\-x+5y+3z=0\end{cases}$$

تمرين22 في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستويات التالية

$(P_1): x-2y+z=2$ ، $(P_2): x+2z=0$ و $(P_3): 2x-y-z=4$:

ليكن $\vec{n}(3;4;-2)$ تحقق أن $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

10) ليكن (P_1) و (P_2) مستويين حيث : $(P_1): 2x+y+2z+1=0$ و $(P_2): x-2y+6z=0$

ج) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا الوسيطي له.

ح) هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان ام متوازيان؟ علل اجابتك.

خ) استنتج حل للجملة $\begin{cases}3x+4y-2z+1=0\\2x+y+2z+1=0\\x-2y+6z=0\end{cases}$.

11) لتكن (S) سطح الكرات التي مركزها C و نصف قطرها 1.

ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1).

تمرين 23: في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1;1;0)$ ، $B(1;2;1)$ ، $C(3;-1;2)$ ،

1) بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ، عين المعادلة الوسيطية للمستوي (ABC) ثم بين إن معادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x+y-z-3=0$ (ABC)

2) ليكن (P) و (R) مستويين حيث : $(P): x+2y-z-4=0$ و $(R): 2x+3y-2z-5=0$

د) بين أن (P) و (R) يتقاطعان في مستقيم (d) تمثيلا الوسيطي هو :

$$\begin{cases}x=-2+\lambda\\y=3\\z=\lambda\end{cases}\quad;\lambda\in\mathbb{R}$$

ذ) ادرس تقاطع المستويات (ABC) و (P) و (R) و

ر) عين حل للجملة $\begin{cases}2x+y-z-3=0\\x+2y-z-4=0\\2x+3y-2z-5=0\end{cases}$.