

4. الشكل المثلثي لعدد مركب

في كل مما يلي المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1.4. عمدة وطويلة عدد مركب

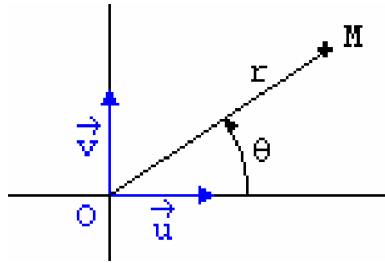
1.1.4. تعاريف

z عدد مركب غير معدوم حيث $z = x + iy$ وصورته النقطة M من المستوي صورته \blacksquare **طويلة** العدد z

هو العدد الموجب $|z|$ حيث $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ و $OM = |z|$

\blacksquare **عمدة** العدد z هو كل قياس للزاوية $(\vec{u}; \vec{OM})$ و إذا كان θ أحد هذه الأقياس نكتب $\arg(z) = \theta$

\blacksquare **الإحداثيات القطبية**: تسمى الثنائية $(r; \theta)$ الإحداثيات القطبية للنقطة M .



2.1.4. ملاحظة

1. العدد المركب المعدوم طويلة هي 0 وعمدته غير موجودة.

3.1.4. الخواص

z' ، z عدنان مركبان غير معدومين k و n عدنان صحيحان نسبيان لدينا

 \vec{E} خواص الطويلة

$$|-z| = |z| \quad (\text{ب})$$

$$|\bar{z}| = |z| \quad (\text{أ})$$

$$|z^n| = |z|^n / n \in \mathbb{N} \quad (\text{د})$$

$$|zz'| = |z||z'| \quad (\text{ج})$$

$$z' \neq 0 / \left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} \quad (\text{و})$$

$$z' \neq 0 / \left| \frac{1}{z'} \right| = \frac{1}{|z'|} \quad (\text{هـ})$$

خواص العمدة

العمدة z عدد مركب غير معدوم k و n عدنان صحيحان نسببان لينا

$$\arg(-z) = \pi + \arg(z) + 2\pi k \quad (\text{ب}) \quad \arg(\bar{z}) = -\arg(z) + 2\pi k \quad (\text{أ})$$

$$\arg(z^n) = n \arg(z) + 2\pi k \quad (\text{د}) \quad \arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') + 2\pi k \quad (\text{ج})$$

$$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') + 2\pi k \quad (\text{و}) \quad \arg\left(\frac{1}{z'}\right) = -\arg(z') + 2\pi k \quad (\text{هـ})$$

لتطبيقات الأعداد المركبة في الهندسة

مبرهنة

A, B, C و D أربع نقط من المستوى لواحقها على الترتيب z_A, z_B, z_C و z_D

المسافة بين نقطتين لدينا $AB = |z_B - z_A|$

قيس الزاوية $(\vec{u}; \vec{AB})$ لدينا: $\arg(z_B - z_A) = (\vec{u}, \vec{AB}) + 2\pi k$ $k \in \mathbb{Z}$

قيس الزاوية (\vec{AC}, \vec{AB}) لدينا و $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = (\vec{AC}, \vec{AB}) + 2\pi k$

نتائج:

k عدد صحيح نسبي

$\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = \pi k$ في استقامية يعني أن العدد $A; B, C/1$

$\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k$ متعامدان يعني أن العدد AB و CD الشعاعان 2

$\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}\right) = \pi k$ متوازيان يعني أن العدد AB و CD الشعاعان

مجموعة النقط

الدائرة ذات المركز النقطة $C(z_C)$ ونصف القطر R هي مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $|z - z_C| = R$

محور القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(z_A)$ و $B(z_B)$ هي مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق

$$|z - z_A| = |z - z_B|$$

2.4. الشكل المثلثي لعدد مركب

1.2.4. التعريف

الشكل المثلثي لعدد مركب $z = x + iy$ هو $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

حيث $r = |z|$ و $k \in \mathbb{Z} / \theta = \arg(z) + 2k\pi$ مع $\cos \theta = \frac{x}{r}$ و $\sin \theta = \frac{y}{r}$

المساواة

ليكن $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ و $z' = r'(\cos \theta' + i \sin \theta')$

لدينا $z = z'$: يكافئ $r = r'$ و $\theta = \theta' + 2k\pi$

2.2.4. دستور موافر

من أجل كل عدد صحيح نسبي n : $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$

تم نشر هذا الملف بواسطة قرص **تجربتي** مع الباكالوريا

tajribatybac@gmail.com

facebook.com/tajribaty

jjel.tk/bac