السلسلة رقم 2 تحضيرا لبكالوريا 2011

(إعداد الأستاذ بواب نورالدين)

التمرين الأول : (Bac Pondichéry Avril 2010)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$.

1. احسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2. أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$ ، $u_n\geq 0$.

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$ ، $u_n\geq n-3$.

جـ- استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

3. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$

جـ- احسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

التمرين الثاني : (Bac Polynésie Juin 2010 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر :

النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$ ؛

المستوي (P) المارّ بالنقطة B و $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي له ؛

المستوي (Q) الذي معادلة له $x-y+2z+4=0$ ؛

سطح الكرة (S) التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1. بيّن أن معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي : $2x+y-z-8=0$.

2. اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

3. أ- احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (Q) .

- استنتج أن المستوي (Q) مماس لسطح الكرة (S) .

ب- هل المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S) ؟

4. لتكن النقطة $C(0;2;-1)$ المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) .

أ- بيّن أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان .

ب- ليكن (D) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q) .

بيّن أن تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو : $\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=4-3t \end{cases}$

جـ- تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) .

د- نسمي (R) المستوي المعرف بالنقطة A والمستقيم (D) .

هل الجملة الآتية صحيحة أو خاطئة ؟ علل إجابتك .

« كل نقطة من (R) متساوية المسافة عن النقطتين B و C » .

التمرين الثالث : (Bac Métropole Juin 2010 STL)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

① حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $z^2-4z+16=0$.

② نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A=2-2i\sqrt{3}$ و $z_B=2+2i\sqrt{3}$.

- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين z_A و z_B .

③ لتكن C النقطة ذات اللاحقة $z_C=-2\sqrt{3}-2i$

أ- بيّن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (c) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب- أنشئ الدائرة (c) والنقط A ، B و C .

④ لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=4i$.

- بيّن أن النقطة C هي صورة النقطة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\dfrac{2\pi}{3}$.

⑤ بيّن أن النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ تنتمي إلى الدائرة (c) .

- علم النقطة E في الشكل .

التمرين الرابع : (Bac Liban Juin 2010 S)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2+\ln x$

① ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

② بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31<\alpha<1.32$.

③ استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x^2+(2-\ln x)^2$$

① أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x}$.

② استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثالث :

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نسمي (Γ) المنحني الممثل للدالة ln (الدالة اللوغاريتمية النيبيرية) .

لتكن A النقطة ذات الإحداثيين $(0;2)$ و M نقطة من (Γ) ذات الفاصلة x .

① أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.

② لتكن h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ- بيّن أن للدالتين f و h نفس اتجاه التغيّر على المجال $]0;+\infty[$.

ب- عيّن إحداثيي النقطة P من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .

جـ- بيّن أن : $AP=\alpha\sqrt{1+\alpha^2}$.

③ (T) مماس للمنحني (Γ) في النقطة P . بيّن أن (AP) عمودي على (T) .