A) المستقيم و المستوى في الفضاء

الفضاء E منسوب الى معلم $R=(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) المستقيم في الفضاء

احداثيات نقطة : $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k} \Leftrightarrow$ x و y و z هم احداثيات النقطة M بالنسبة للمعلم R

ونكتب $M(x,y,z)$ بحيث x يسمى الأ فصول و y يسمى الأرتوب و z يسمى الا نسوب

احداثيات متجهة

اذا كان $A(x_a,y_a,z_a)$ و $B(x_b,y_b,z_b)$ نقطتين من E فان

$\overrightarrow{AB}(x_b-x_a,y_b-y_a,z_b-z_a)$

تمثيل بارا متري لمستقيم : $D(A,\vec{u})=\{M\in E/\overrightarrow{AM}=t\vec{u}\}$

حيث $\vec{u}(a,b,c)$ متجهة من V_3 و $A(x_A,y_A,z_A)$ نقطة من E

$$M(x,y,z)\in D(A,\vec{u})\Leftrightarrow(x-x_A,y-y_A,z-z_A)=t(a,b,c)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-x_A \\ y-y_A \\ z-z_A \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ta \\ tb \\ tc \end{pmatrix} \qquad t\in IR$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=x_A+ta \\ y=y_A+tb \\ z=z_A+tc \end{cases} \qquad t\in IR$$

معادلتا ن ديكارتيتا ن لمستقيم

اذا كان $a\neq0$ و $b\neq0$ و $c\neq0$ فان $D(A,\vec{u}):\dfrac{x-x_A}{a}=\dfrac{y-y_A}{b}=\dfrac{z-z_A}{c}$

اذا كان $a=0$ و $bc\neq0$ فان $D(A,\vec{u}):\begin{cases} x=x_A \\ \dfrac{y-y_A}{b}=\dfrac{z-z_A}{c} \end{cases}$

اذا كان $a=0$ و $b=0$ فان $D(A,\vec{u}):\begin{cases} x=x_A \\ y=y_A \end{cases}$

2) الأوضاع النسبية لمستقيمين

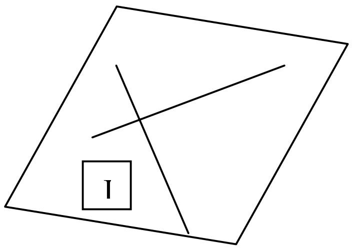
نضع $\vec{u}(a,b,c)$ و $A(x_A,y_A,z_A)$ و $\vec{V}(a',b',c')$ و $B(x_b,y_b,z_b)$

نعتبرا لمستقيمين $D(A,\vec{u})$ و $\Delta(B,\vec{V})$

* اذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين ($\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$) فان $(D)//(\Delta)$

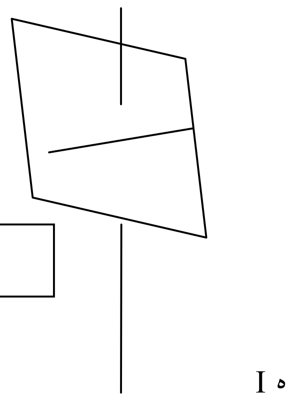
* اذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين نبحث عن حل للنظمة : $\begin{cases} x_a+ta=x_b+\lambda a \\ y_a+tb=y_b+\lambda b \\ z_a+tc=z_b+\lambda c \end{cases}$

اذا كان للنظمة حل وحيد فان (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة واحدة I (الشكل2)



الشكل رقم2

الشكل رقم1



اذا كانت النظمة لا تقبل أي حل فان (D) و (Δ) غير مستوائيين(الشكل1)

3) المستوى في الفضاء

لتكن $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ متجهتين غير مستقيميتين نرمز للمستوى المار من $A\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$

والموجه بالمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ كما يلي $P(A,\vec{u},\vec{v})$:

$$M(x,y,z)\in P(A,\vec{u},\vec{v}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v} \quad (\alpha,\beta)\in IR^2$$

ومنه P يقبل تمثيلا بارا متريا كالتالي: $(\alpha,\beta)\in IR^2$ $\quad (P):\begin{cases} x=x_0+\alpha a+\beta a' \\ y=y_0+\alpha b+\beta b' \\ z=z_0+\alpha c+\beta c' \end{cases}$

ولدينا $$M(x,y,z)\in P(A,\vec{u},\vec{v}) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u},\vec{v})=0$$

وبعد نشر المحددة نحصل على معادلة ديكارتية للمستوى(P)على الشكل :

$ax+by+cz+d=0$ بحيث $a\neq 0$ أو $b\neq 0$ أو $c\neq 0$

B) تحليلية الجداء السلمي وتطبيقا ته

الفضاء ء الأ قليدي منسو ب الى معلم متعامد وممنظم $R=(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

($\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=\|\vec{k}\|=1$ و $\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{i}=0$)

لتكن $\vec{u}(x,y,z)$ و $\vec{v}(x',y',z')$ متجهتين من V_3

** $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$ و $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

** $\vec{u}\cdot\vec{v}=0\Leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$

اذاكانت $A(x_A,y_A,z_A)$ و $B(x_b,y_b,z_b)$ نقطتين من E فان

$$AB=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2+(z_b-z_a)^2}$$

$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ تعتبر متجة منظمية علىالمستوى (P) $\Leftrightarrow$ (P)$:ax+by+cz+d=0$

** لتكن $A(x_A,y_A,z_A)$ من الفضاء E

مسا فة النقطة A عن المستوى (P) ذي المعادلة $ax+by+cz+d=0$ هي:

$$d(A,(\mathrm{P}))=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

اذا كانت النقطة H هي المسقط العمودي ل A على (P) فان $d(A,(\mathrm{P}))=AH$

**الأ وضاع النسبية للمستقيما ت و المستويات في الفضاء

- نعتبر مستقيمين $D(A,\vec{u})$ و $\Delta(B,\vec{V})$ لدينا $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow(\Delta)\perp(D)$
- اذا كان $D(A,\vec{u})$ مستقيما و $\mathrm{P}(A,\vec{u},\vec{v})$ مستوى في الفضاء E فان
  $\vec{u}\perp\vec{w}$ و $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow(D)\perp(\mathrm{P})$
- اذا كان (P) و (Q) مستويان بحيث $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ على التوالي متجهتين منظميتين على (P) و (Q) فان : $(\mathrm{P})\|(Q)\Leftrightarrow\vec{n}$ و $\vec{n}'$ مستقيميتان

و لدينا $(\mathrm{P})\perp(Q)\Leftrightarrow\vec{n}\perp\vec{n}'$

ملا حظة : *المجموعة F المعرفة بما يلي :* $F=\{M\in\mathrm{E}/\vec{u}\cdot\overrightarrow{AM}=0\}$ حيث $A\in\mathrm{E}$

و $\vec{u}\in V_3$ هي المستوى المار من A و العمودي علىالمستقيم $D(A,\vec{u})$