# حلول تمارين حركة الأقمار الصناعية

تنظيم وتجميع م ت و خلفاوي إبراهيم

## مقاطعة مسيلة 1

### تمرين 1

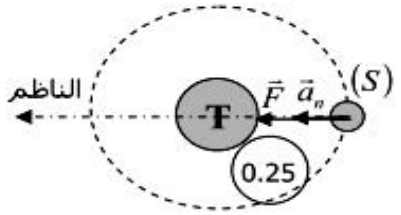
1 – عبارة قوة الجذب العام التي تطبقها الأرض على القمر :

$$F_{T/S} = Gx\frac{M_T.m}{r^2} \rightarrow (1)$$

2 – بمأن القمر الصناعي يخضع إلى قوة وحيدة جاذبة مركزية موجهة نحو مركز الأرض و هي قوة الجذب العام التي تطبقها الأرض ، فالتسارع المكتسب يكون ناظميا $(\vec{a}_n)$ و منه الحركة دائرية منتظمة.

3 – العبارة الحرفية للسرعة :

الجملة المدروسة هي القمر الصناعي $(S)$ و المرجع مركزي أرضي نعتبره غاليليا ، تكون القوة المطبقة هي قوة جذب الأرض للقمر .




بتطبيق قانون نيوتن الثاني : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

بالاسقاط على الناظم نجد أن : $\Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$

$$Gx\frac{M_T.m}{r^2} = ma_n \Rightarrow G\frac{M_T}{r^2} = \frac{V^2}{r}$$

و منه نجد :

$$V = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} \rightarrow (2)$$

قيمتها :

$$V = \sqrt{\frac{6.67x10^{-11}x6x10^{24}}{(832+6400)x10^3}} \approx 7.4Km/S$$

4 – حسب العلاقة $(2)$ نلاحظ أن عبارة السرعة لا تتعلق بكتلة القمر بل بارتفاعه عن سطح الأرض لأن $r = R + h$ .

5 – عبارة دور القمر الصناعي :

لدينا :

$$T = \frac{2.\pi.r}{V} \Rightarrow T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} \rightarrow (3)$$

قيمته :

$$T = 1.70h$$

*لا يمكن اعتبار هذا القمر جيو مستقر لأن الدور المداري له غي مساوي لـ $T = 24h$ . 0.25

يمكن كتابة العلاقة $(3)$ على النحو التالي :

و هو قانون كيبلر الثالث

$$T^2 = 4.\pi^2 x\frac{r^3}{G.M_T} \Leftrightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_T} ....$$

### تمرين 2

1– عبارة القوة : $F = G\frac{M_T.M_S}{r^2}$

2– عبارة السرعة : $\sum \vec{F}_{ext} = M_T.\vec{a}$

$\Leftarrow$ $F = M_T.a_N$

$\Leftarrow$ $a_N = \frac{F}{M_T} = \frac{G\frac{M_T.M_S}{r^2}}{M_T} = \frac{G.M_S}{r^2}$

لكن : $a_N = \frac{v^2}{r}$

$\Leftarrow$ $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

3– عبارة الدور : $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$

$$\Leftarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$$

4- كتلة الشمس :

$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 \times (1{,}498\times10^{11})^3}{6{,}67\times10^{-11}\times(365{,}24\times24\times3600)^2} = 2{,}0\times10^{30}\ kg$$

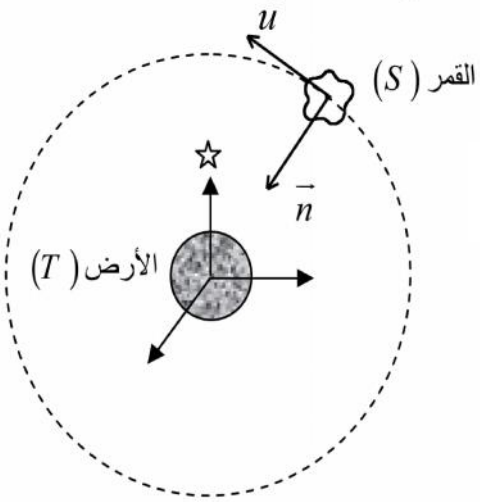
5- قانون كيبلر :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{\left(2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}\right)^2}{r^3} = \frac{4\pi^2\frac{\cancel{r^3}}{G.M_S}}{\cancel{r^3}} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

$$\Leftarrow \quad \frac{T^2}{r^3} = C^{te} \quad \ldots \text{(قانون كيبلر)}$$

## تمرين 3

1- إثبات أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة في المرجع المركزي الأرضي و استنتاج عبارة الدور T بدلالة G و $m_T$ و r :




القوة الوحيدة التي يخضع لها القمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي

هي : $\vec{F}_{T/S} = G\frac{m_T.m_S}{r^2}\vec{n}$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني $\sum\vec{F}_{ext} = m_S.\vec{a}_G$ ، فإن : $\vec{F}_{T/S} = m_S.\vec{a}_G$

بالإسقاط في معلم فريني المتحرك $(\vec{u},\vec{n})$ :

$$\vec{F}_{T/S}\begin{cases} m_S\frac{v^2}{r} = G\frac{m_T.m_S}{r^2} \\ m_S\frac{dv}{dt} = 0 \end{cases} \Leftarrow \vec{F}_{T/S}\begin{cases} G\frac{m_T.m_S}{r^2} \\ 0 \end{cases}$$

و منه : $\frac{dv}{dt} = 0 \Leftarrow v^2 = G\frac{m_T}{r} \Leftarrow v = C^{te} = \sqrt{G\frac{m_T}{r}}$

المسار دائري و السرعة ثابتة بالتالي حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة " دورية "

دورها : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ حيث : $v = \omega.r = \frac{2\pi}{T}r = \sqrt{G\frac{m_T}{r}} \Leftarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}$

2- عبارة K بدلالة G و $m_T$ :

القانون الثالث لكيبلر بالنسبة لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض : $\frac{T^2}{r^3} = K$ ، و مما سبق : $T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{G.m_T}$

بالتالي : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T} = K \Leftarrow K = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$

3- عبارة النسبة $\frac{m_S}{m_T}$ بدلالة r و $r_T$ و $T_T$ و T و حساب قيمتها :

لدينا بالنسبة للقمر الاصطناعي الذي يبدو ساكنا بالنسبة للأرض (الجيومستقر) : $T_0^2 = \frac{4\pi^2.r^3}{G.m_T}$ ……(1)

بالنسبة للأرض التي تدور حول الشمس و بتطبيق نفس القانون : $T_T^2 = \frac{4\pi^2.r_T^3}{G.m_S}$ ……(2)

من (1) و (2) ، نجد : $m_T = \frac{4\pi^2.r^3}{G.T_0^2}$ ؛ $m_S = \frac{4\pi^2.r_T^3}{G.T_T^2}$

إذن : $\frac{m_S}{m_T} = \frac{r_T^3}{T_T^2} \times \frac{T_0^2}{r^3}$

ت.ع : $\frac{m_S}{m_T} = \frac{(1,496\times10^{11})^3}{(4,22\times10^4)^3} \times \frac{T_0^2}{T_T^2}$

بما أن : $\left.\begin{array}{l} T_0 = 24\ h \\ T_T = 365,25\ j \end{array}\right\} \Leftarrow \frac{m_S}{m_T} = 3,34\times10^5$

و منه : بمعرفة كتلة الأرض $m_T$ من دراسة القمر الاصطناعي يمكن استنتاج كتلة الشمس $m_S$ .

**تمرين 4**

1ـــ بما أن القمر يدور في مسار دائري يتأثر بقوتين ثابتتين لهما نفس الحامل و متساويتان في الشدة و متعاكستان في الاتجاه نظميتان احداهما قوة تأثير الأرض على القمر و أخرى ناتجة عن حركة ( عن تسارع ناظمي) $a_n = C^{ent} \Rightarrow V_L = C^{ent}$ منه حركة دائرية منتظمة

2ـــ عبارة التجاذب الكتلي : $F_{T/L} = G\frac{M_T m_L}{d^2}$

حسب قانون الثاني لنيوتن $\sum F_{ext} = ma \rightarrow F_{T/L} = m_L a_n = m_L \frac{V_L^2}{d}$

$$G\frac{M_T m_L}{d^2} = m_L \frac{V_L^2}{d} \Rightarrow V_L = \sqrt{\frac{GM_T}{d}}$$

3ـــ عبارة دور القمر بدلالة $d.M_T.G$

$$T_L = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi d}{V_L} \Rightarrow T_L = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM_T}}$$

4 ـــ قانون كيبلر الثالث محقق : $\frac{T_L^2}{d^3} = \frac{4\pi^2 d^3}{GM_T d^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = C^{ent}$

حساب قيمة الثابت : $C^{ent} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = \frac{4\cdot(3.14)^2}{6.67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}} = 9.85\cdot10^{-14}$

5 ـــ حساب d :

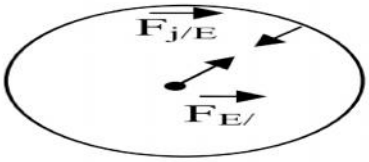
$$d^3 = \frac{T_L^2}{C^{ent}} = \frac{27\cdot 24\cdot 3600 + 7\cdot 3600 + 30\cdot 60}{9.85\cdot 10^{-14}} \Rightarrow d = 2.88\cdot 10^6 Km$$

استنتاج البعد بين سطح الأرض و سطح القمر :

$$h = d - (R_L + R_T) = 2.88\cdot 10^6 - 8118 = 2871882 Km$$

**تمرين 5**

**1- رسم القوى:**




عبارة $F_{j\to E}$ : $F_{j\to E} = \frac{GM_E M_j}{d^2}$

2- ا - تكون الحركة دائرية منتظمة إدا كان :

- مسارها دائريا
- سرعتها ثابتة.

ب ـــ مميزات المرجع جوبتو مركزي هو مرجع مركزه ( زحل jupiter ) ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة نعتبرها ثابتة.

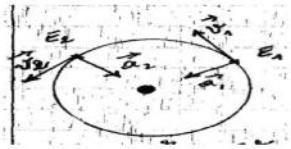
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F} = \vec{F}_{j\to E} = M_E \vec{a}$

$$\vec{F}_{j\to E} = M_E\left(a_N \vec{n} + a_T \vec{t}\right)$$

بالاسقاط على الناظم $F_{j\to E} = M_E a_N = \frac{GM_E M_j}{d^2}$

بالاسقاط على المماس $a_T = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$

وبالتالي حركة دائرية منتظمة.

جـ - 

$v_1 = v_2$

$a_1 = a_2$

II -1 $M_E \frac{v^2}{r} = \frac{GM_E M_j}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_j}{r}$

-2 $M_E \frac{v^2}{r} = \frac{GM_E M_j}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_j}{r}$

$$\left.\begin{array}{l} D = 2\pi r \\ D = vT \end{array}\right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_j}}$$

1- ا)

$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_j} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_j}$ ومنه $\frac{T^2}{r^3} = cste$ بالنسبة لأي قمر.

ب)

$$\frac{T_{Th}^2}{r_{Th}^3} = \frac{T_{I_o}^2}{r_{I_o}^3} \Rightarrow T_{Th} = T_{I_o}\sqrt{\frac{r_{Th}^3}{r_{I_o}^3}} = 897mn = 14h57mn$$

جـ) لايمكن اعتبار جوبتو ثابت لأن $T_E \neq T_j$

## تمرين 6

أ/ 1- مسار الكوكب اهليليجي تمثل الشمس أحد محرقيه. $F_1$ ، $F_1$ هما محرقا المدار الاهليليجي للكوكب.

2- المساحتان متساويتان: $S_1 = S_2$.

3- $\widehat{CC'} < \widehat{DD'} \Leftarrow \frac{\widehat{CC'}}{\Delta t} < \frac{\widehat{DD'}}{\Delta t}$ أي أن: متوسط السرعة بين الموضعين $C$ و $C'$ أقل من متوسط السرعة بين الموضعين $D$ و $D'$.

ب/ 1- قانون كبلر الثالث: $\frac{T^2}{a^3} = C^{te} \xrightarrow{a=r\ ;\ C^{te}=K} \frac{T^2}{r^3} = K$

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$ : $\vec{F} = m.\vec{a} \Leftarrow G\frac{\cancel{m}.M}{r^{\cancel{3}2}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$

$\Leftarrow v = \sqrt{\frac{G.M}{r^2}}$ ..... (السرعة المدارية للكوكب).

بالتعريف: $T = \frac{2\pi r}{v} \Leftarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$ ..... (دور الكوكب).

3- بيانيا: $T^2 = K.r^3 \xrightarrow{K=0,3\times10^{-18}\ (S.I)} T^2 = 3\times10^{-19}\, r^3$.

4- حسب قانون كبلر الثالث: $T^2 = K.r^3$

5- كتلة الشمس: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M}} \Leftarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{G.M}r^3 = Kr^3 \Leftarrow K = \frac{4\pi^2}{G.M}$

$\Leftarrow M = \frac{4\pi^2}{G.K} \xrightarrow[G=6,67\times10^{-11}\ (S.I)]{K=0,3\times10^{-18}\ (S.I)} M = 2,0\times10^{30}\ kg$

## تمرين 7

1 ■ تخضع الأقمار لقوة جذب الأرض $\vec{F}_{T/S}$ فقط ، فحسب قانون الجذب العام : $F_{T/S} = g\frac{m\,M_T}{(R+H)^2}$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $F_{T/S} = \cancel{m}a_N = G\frac{\cancel{m}.M}{(R+H)^2} \Rightarrow a_N = \frac{G\,M}{(R+H)^2}$ ... (1)

التسارع الناظمي $a_N$ ثابت، إذن حركة الأقمار الاصطناعية دائرية منتظمة.

2 ■ نعلم أن $a_N = \frac{v^2}{(R+H)}$

بالتعويض في (1) نجد : $\frac{G\,M}{(R+H)^2} = \frac{v^2}{(R+H)} \Rightarrow v^2 = \frac{G\,M}{(R+H)}$ ... (2)

دور الحركة الدائرية المنتظمة هو $T = \frac{2\pi}{\omega}$

ومع $\omega = \frac{v}{(R+H)}$ ، يأتي : $T^2 = \frac{4\pi^2}{v^2}(R+H)^2$

ومنه : $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}(R+H)^3 \Leftarrow \frac{(R+H)^3}{T^2} \times \frac{GM}{4\pi^2}$

من العلاقة السابقة نلاحظ أن : $\frac{(R+H)^3}{T^2} = C^{ste}$ .

3 ■ أ ● خصائص الميتيوسات : دور حركته يساوي تقريبا دور حركة الأرض حول محورها.

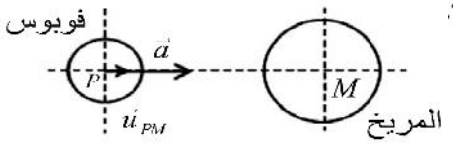
ب ● يسمى هذا القمر بالجيومستقر أو الجيومركزي.

ج ● $23h56\ min$ يمثل الدور الذاتي للأرض حول محورها ذي المرجع المركزي الأرضي.

4 ■ يمكن التأكد بالحساب من أن $\frac{(R+H)^3}{T^2} = C^{ste}$ .

$$\left(\frac{(R+H)^3}{T^2}\right)_{moy} = 10^{13}\ m^3 s^{-2} = K$$

**تمرين 8**




1 ■ نقول عن حركة بأنها دائرية منتظمة إذا كان المسار دائرة وقيمة السرعة ثابتة.

2 ■ نقطة التأثير : مركز فوبوس.

المنحى : المستقيم الذي يربط مركزي المريخ وفوبوس.

الاتجاه : من فوبوس إلي المريخ.

3 ■ عبارة قيمة شعاع التسارع : $a = \frac{v^2}{r}$ .

4 ■ الجملة (فوبوس، المرجع) : نعتبر المريخ مرجعا غاليليا.

يتعرض فوبوس إلى القوة التجاذبية التي يمارسها عليه المريخ $\vec{F}_{M/P} = G.\frac{m_P.m_M}{r^2}\vec{u}_{PM}$ ، مع $\vec{u}_{PM} = \frac{\overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|}$ ، حيث $P$ مركز فوبوس و $M$ مركز المريخ.

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{M/P} = m_P.\vec{a}$

$$G.\frac{m_P.m_M}{r^2}\vec{u}_{PM} = m_P.a.\vec{u}_{PM}$$

$$G.\frac{m_M}{r^2} = a$$

5 ■ نركب العبارتين المتحصل عليهما في السؤالين 3 و4 : $G.\frac{m_M}{r^2}=\frac{v^2}{r}$

$$G.\frac{m_M}{r}=v^2$$

فنجد : $v=\sqrt{\frac{G.m_M}{r}}$ .

6 ■ يقطع القمر فوبوس المسافة $d=2\pi.r$ خلال المدة $\Delta t=T_P$ ، إذن : $v=\frac{2\pi.r}{T_P}$ .

7 ■ نركب العبارتين المتحصل عليهما في السؤالين 5 و6 : $v=\frac{2\pi.r}{T_P}=\sqrt{\frac{G.m_M}{r}}$

$$v^2=\frac{4\pi^2.r^2}{T_P^2}=\frac{G.m_M}{r}$$

$$\frac{4\pi^2}{G.m_M}=\frac{T_P^2}{r^3}$$

$$\frac{T_P^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{6,67.10^{-11}\times 6,42.10^{23}}=9,22\times 10^{-13}s^2.m^{-3}$$

$\frac{4\pi^2}{G.m_M}=\frac{T_P^2}{r^3}$ ، إذن : $\frac{4\pi^2.r^3}{G.m_M}=T_P^2$ وأخيرا : $T_P=\sqrt{\frac{4\pi^2.r^3}{G.m_M}}$ .

$T_P=\sqrt{\frac{4\pi^2(9,38.10^3\times 10^3)^3}{6,67.10^{-11}\times 6,42.10^{23}}}$ ، $T_P=2,76\times 10^4 s=7,66 h$

8 ■ يجب أن يبقى القمر باستمرار تحت نفس النقطة من المريخ، ولهذا :

- يجب أن ينتمي مركز المريخ إلى مستوي المسار،
- يجب أن يكون مستوي المسار عموديا على محور دوران المريخ.

الدور $T_S$ هو نفس دور المريخ، إذن $T_S=T_M$ .

**تمرين 9**

1- التمثيل

2- المرجع: هو المرجع المركزي الأرضي .

3- الفرضية : يجب أن يكون المرجع عطالي

4- مميزات التسارع :

- الحامل : يمر بمركز الأرض.
- الجهة: نحو مركز الأرض
- الشدة : $a=a_n=\frac{v^2}{R_T+h}$

5 - عبارة السرعة : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$m\frac{v^2}{R_T+h}=G\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}$$

6- عبارة الدور :

$$T=\frac{2\Pi(R_T+h)}{v}=\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$$

- قانون كبلر : $\frac{T^2}{(R_T+h)^3}=\frac{4\Pi^2}{G.M_T}$

- تكملة الجدول .

- الملاحظة : من الجدول نلاحظ أن $\frac{R^3}{T^2}$ ثابت و هذا يتوافق مع قانـــون كبلر الثالث.

- حساب $M_T$ :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\Pi^2}{G.M_T} \Rightarrow M_T = \frac{R^3.4\Pi^2}{G.T^2}$$

$$M_T = \frac{\left(20,2.10^6\right)^3.4.\left(3,14\right)^2}{6,67.10^{-11}.\left(2,88.10^4\right)^2} = 5875.10^{21} = 5,875.10^{24} Kg$$

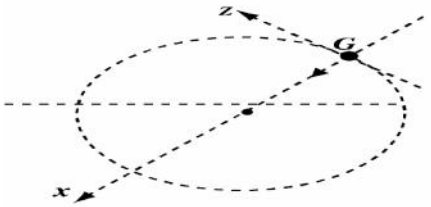
**تمرين 10**

1- إثبات أن الحركة دائرية منتظمة :

الجملة المدروسة : الكوكب.

مرجع الدراسة : هيليومركزي نعتبره غاليليا.

القوى الخارجية : $\vec{F}_{S/P}$ (قوة جذب الشمس للكوكب)




بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \rightarrow (1)$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_N + \vec{a}_T$$

بإسقاط العلاقة على المحور $(ox)$ :

$$F_{s/p} = ma_N$$

القوة $\vec{F}_{S/P}$ ثابتة في الشدة ومتجهة نحور مركز المسار (مركز شمس) هذا يدل على أن الحركة دائرية منتظمة

2 - عبارة السرعة : بتطبيق قانون الجذب العام :

$$F_{s/p} = G\frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

3 - إثبات العلاقة $\frac{T^2}{r^3} = a$ :

$$v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = a$$

$a = \frac{4\pi^2}{GM}$ وهو يمثل القانون الثالث لكبلر.

4 - نصف قطر كوكب المريخ $r_m$ وكتلة الأرض $M$ :

$$\frac{T_t^2}{r_t^3} = \frac{T_m^2}{r_m^3} \Rightarrow r_m^3 = T_m^2\frac{r_t^3}{T_t^2}$$

$$r_m = \sqrt[3]{T_m^2\frac{r_t^3}{T_t^2}}$$

$$r_m = \sqrt[3]{\frac{(687)^2 \times (150 \times 10^6)^3}{(365,25)^2}} = 228,56 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\frac{T_m^2}{r_m^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 \times r_m^3}{T_m^2 \times G}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \times (228{,}56 \times 10^9)^3}{(687 \times 24 \times 3600)^2 \times 6{,}67 \times 10^{-11}}$$

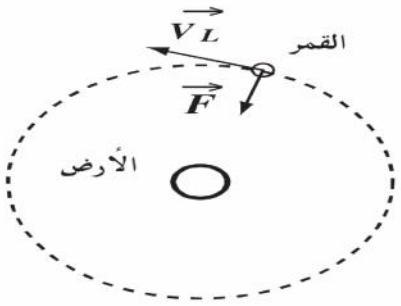
$$M = 2{,}0 \times 10^{30}\,kg$$

$$r_m = 228{,}56 \times 10^6\,km \;\; ; \;\; M = 2{,}0 \times 10^{30}\,kg$$

**تمرين 11**

1- المرجع المركزي الأرضي : مبدؤه مركز ثقل الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة، تبدو ثابتة.

– الشرط الذي يجب أن يتوفر فيه هو أن يكون غاليليا (أي يحقق مبدأ العطالة).




2 – تمثيل شعاع القوة $\vec{F}$ المطبقة على القمروشعاع السرعة $\vec{v_L}$ .

إن حامل شعاع قوة الجذب العام يشمل مركزي الجملتين المتجاذبتين، وبالتالي فإن حامل شعاع القوة يكون ناظميا، مما يدل على أن التسارع المماسي معدوم، فالحركة منتظمة.

3 – إيجاد العلاقة بين $\vec{v_L}$ وكل من G و R و $M_T$.

المرجع المختار : المرجع المركزي الأرضي (نعتبره غاليليا).

الجملة المعتبرة : القمرالذي نعتبره نقطة مادية متمركزة في مركز عطالته.

– بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$ ، أي : $\vec{F} = m.\vec{a}$ .

بالإسقاط على المحور الناظمي الموجه نحو مركز الأرض والمار من مركز ثقل الأرض نجد :

$$F = m.a_N \Rightarrow G.\frac{m.M_T}{R^2} = m.\frac{v_L^2}{R}$$

ومنه نجد : $v_L = \sqrt{\frac{G.M_T}{R}}$ .....(1)

– استنتاج عبارة دورحركة القمر $T_L$ بدلالة G و R و $M_T$.

لدينا علاقة الدور : $T_L = \frac{2.\pi.R}{v_L}$ .....(2)

بتعويض (1) في (2) نجد : $T_L = 2.\pi.\sqrt{\frac{R^3}{G.M_T}}$ .....(3)

4 – التحقق من قانون كبلر الثالث :

من العلاقة (3) نجد : $\frac{T_L^2}{R^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_T}$ .....(4) ، المقدار $\frac{4.\pi^2}{G.M_T}$ ثابت وبالتالي

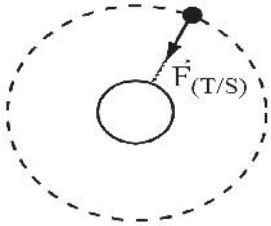
القانون الثالث لكبلر محقق، أي : $\frac{4.\pi^2}{G.M_T} = \frac{T_L^2}{R^3} = C^{ste}$ .

– قيمة الثابت : $\frac{T_L^2}{R^3} \simeq 10^{-13}\ s^2.m^{-3}$ .

5 – إيجاد القيمة التقريبية لـ R .

لدينا : $T_L = 27\ j + 7\ h + 30\ min = 2359800\ s$ ، ومن العلاقة (4) نكتب :

**تمرين 12**




1 – المرجع جيومركزي : هو مرجع مختار لدراسة حركة القمر الاصطناعي بالنسبة للأرض مبدأه مركز الأرض ومحاوره موجهة لثلاثة نجوم ثابتة

القمر جيومستقر : هو قمر ساكن بالنسبة لمحطة أرضية

- يدور في جهة دوران الأرض حول نفسها.
- دوره مساوياً دور الأرض حول نفسها $(T = 24h)$.

2 – إثبات العلاقة : (قانون كبلر)

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{(N)} + \vec{a}_{(t)}$$

$$F_{(N)} = m_{(s)} \times a_{(N)}$$

$$a_{(N)} = G\ \frac{M_{(T)}}{(R + r)^2}$$

$$a_{(N)} = \frac{v_{(s)}^2}{R + r} = G\ \frac{M_{(T)}}{(R + r)^2}$$

$$v_{(s)} = \frac{2\pi(R + r)}{T} \Longrightarrow$$

$$\frac{4\pi^2(R + r)^2}{T^2} = \frac{G \times M_{(T)}}{R + r}$$

$$\frac{T^2}{(R + r)^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{(T)}}$$

3 – عبارة سرعة حركة القمر:

$$v_{(s)}^2 = \frac{G \times M_{(T)}}{R + r}$$

$$v_{(s)} = \sqrt{\frac{G \times M_{(T)}}{R + r}} \qquad v_{(s)} = \sqrt{\frac{G \times M_{(T)}}{R + h}}$$

4 – تعيين قيم كل من : h ، $v_{(s)}$ ، $g_{(h)}$ :

الارتفاع h

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_{(T)}}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{-11}}{4\pi^2}} - 6400 \times 10^3$$

$$h = 35,64 \times 10^6\ m = 35,64 \times 10^3\ km$$

سرعة القمر $v_{(s)}$

$$v_{(s)} = \sqrt{\frac{G \times M_{(T)}}{R + r}}$$

$$v_{(s)} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{(6400 + 35640)10^3}}$$

$$v_{(s)} = 3,077 \times 10^3 \, m \times s^{-1} = 3,77 \, km \times s^{-1}$$

الجاذبية على ارتفاع h:

$$F_{(N)} = P_{(s)} = m_{(s)} \times g_{(h)} = G \frac{m_{(s)} \times M_{(T)}}{(R + r)^2}$$

$$g_{(h)} = \frac{G \times M_{(T)}}{(R + r)^2}$$

$$g_{(h)} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{((6400 + 35600) \times 10^3))^2}$$

$$g_{(h)} = 0,22 \, N \times kg^{-1}$$

**تمرين 13**

1 – بما أن القمر يدور في مسار دائري يتأثر بقوتين ثابتتين لهما نفس الحامل ومتساويتان في الشدة و متعاكستان في الاتجاه نظميتان أحداهما قوة تأثير الأرض على القمر وأخرى ناتجة عن حركة ( عن تسارع ناظمي) $a_n = C^{ent} \Rightarrow V_L = C^{ent}$ منه حركة دائرية منتظمة

2 – عبارة التجاذب الكتلي : $F_{T/L} = G \frac{M_T m_L}{d^2}$

حسب القانون الثاني لنيوتن $\Sigma F_{ext} = m.a \rightarrow F_{T/L} = m_L a_n = m_L \frac{V_L^2}{d}$

$$G \frac{M_T m_L}{d^2} = m_L \frac{V_L^2}{d} \Rightarrow V_L = \sqrt{\frac{GM_T}{d}}$$

3 – عبارة دور القمر بدلالة $d.M_T.G$

$$T_L = \frac{2\pi d}{V_L} \Rightarrow T_L = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{GM_L}}$$

4 – القانون الثالث لكيبلر محقق : $\frac{T_L^2}{d^3} = \frac{4\pi^2 d^3}{GM_T d^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = C^{ent}$

حساب قيمة الثابت : $C^{ent} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = \frac{4 \times (3,14)^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}} = 9,85 \times 10^{-14}$

5 – حساب d :

$$d^3 = \frac{T_L^2}{C^{ent}} = \frac{27 \times 24 \times 3600 + 7 \times 3600 + 30 \times 60}{9,85 \times 10^{-14}} \Rightarrow d = 2,88 \times 10^6 \text{ Km}$$

-6

استنتاج البعد بين سطح الأرض و سطح القمر :

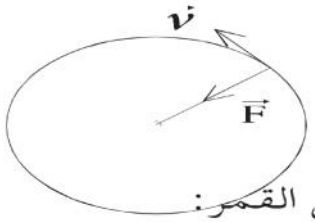
$$h = d - (R_L + R_T) = 2,88 \times 10^6 - 8118 = 2871882 \text{ Km}$$

**تمرين 14**

1 – المرجع :

المرجع المركزي الأرضي : مبدؤه مركز الأرض ومحاوره الثلاثة متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة ومتباعدة.

يجب أن يكون المرجع غاليليا لتطبيق القانون الثاني لنيوتن.




2 – تمثيل شعاعي القوة والسرعة :

بما أن : $\vec{F} \perp \vec{v}$ فإن الحركة دائرية منتظمة.

3 – في المرجع المركزي الأرضي نطبق القانون الثاني لنيوتن على القمر :

$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$ أي $\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$

بالإسقاط على المحور الناظمي نحصل على :

$$F = m.a_N$$

$G\frac{m.M_T}{R^2} = m.\frac{v^2}{R}$ ومنه :

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}}$$

الدور : $T = \frac{2\pi R}{v}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_T}}}$$

4 – القانون الثالث لكبلر :

من علاقة الدور نستخرج : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = C^{ste}$

ت.ع : $\frac{T^2}{R^3} \approx 10^{-13} S^2.m^{-3}$

5 – حساب قيمة R التقريبية :

لدينا : $T = 27j30min = 2359800S$

ومن العلاقة السابقة : $\boxed{R = \sqrt{10^{13}.T^2} = 3,82.10^8 m}$

**تمرين 15**

1 ـ أ ـ المرجع الذي نسبت إليه حركة الجملة : المرجع الجيومركزي.

ب ـ السرعة لمركز عطالة القمر : $v = \frac{2\pi r}{T_L} = 1,1 \times 10^3 \, m.s^{-1}$

2 ـ أ ـ نص القانون الثالث لكبلر : $\frac{T^2}{r^3} = C^{te}$

ب ـ عبارة دور المركبة : $\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{4\pi^2}{GM_L} \Rightarrow T_A = 2\pi\sqrt{\frac{(h_A + R_L)^3}{GM_L}}$

القيمة العددية : $T_A = 1,98 \, h$

3 ـ $\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{4\pi^2}{GM_L}$ و $\frac{T_S^2}{r_S^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow r_S^3 = \frac{M_T}{M_L}\left(\frac{T_S}{T_A}\right) = 42,28 \times 10^3 \, Km$

4 ـ محدودية قوانين نيوتن : ميكانيك نيوتن لا يسمح بوصف الظواهر الفيزيائية على المستوى الذري، حيث تكون التبادلات الطاقوية مكممة.

**تنظيم وتجميع مفتش التربية الوطنية**
**خلفاوي إبراهيم**
**مقاطعة مسيلة 1**