السنة الدراسية 2014/2013 **السلسلة رقم 1**

التمرين 1 : احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات التعريف D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير :

$\lim\limits_{u\to-\infty} e^u=0$ $\lim\limits_{u\to-\infty} u^n e^u=0$	$\lim\limits_{u\to+\infty} e^u=+\infty$ $\lim\limits_{u\to+\infty} \frac{e^u}{u^n}=+\infty$	$\lim\limits_{u\to0} \frac{e^u-1}{u}=1$	n عدد طبيعي

1) $f(x)=x^2-x-e^x$ ، $D_f=]-\infty\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=(2x-3)e^x$ ، $D_f=]-\infty\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=\frac{e^x}{x-2}$ ، $D_f=]-\infty\,;\,2[\cup]2\,;\,+\infty[$

التمرين 2 : ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير : $(e^u)'=u'e^u$

1) $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$ ، $D_f=]-\infty\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=1-x\,e^x$ ، $D_f=]-\infty\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$ ، $D_f=]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$

التمرين 3 : (بكالوريا المغرب 2013 - الشعبة : علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-2)^2e^x$

وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ،
(وحدة الطول $1\,cm$) .

1) أ- بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب- بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم استنتج أن المنحني (C_f) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعا مكافئا يطلب تحديد اتجاهه .

2) أ- تحقق أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$

ب- بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا (نذكر أن : $\lim\limits_{u\to-\infty} u^n e^u=0$) .

3) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)e^x$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

4) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)=(x^2-2)e^x$ ثم استنتج أن المنحني (C_f) يقبل نقطتي انعطاف (لا يطلب تعيين إحداثياتهما) .

ب- أنشئ المنحني (C_f) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x-2)^2=m^2\,e^{-x}$.

التمرين 4 : (بكالوريا 2008 - الشعبة : علوم تجريبية)

I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث : a و b عددان حقيقيان .

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى المنحني (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $-e$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

1) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسّر هذه النتيجة بيانيا . (نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

3) بيّن أن المنحني (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها .

4) اكتب معادلة المماس للمنحني (C_g) عند النقطة I .

5) ارسم (C_g) .

6) H الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث : α و β عددان حقيقيان .

- عيّن α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$

- استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0 .

III) لتكن K الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $K(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة K ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين 5 : (بكالوريا 2012 - الشعبة : علوم تجريبية)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-xe^{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- تحقق أن $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\,;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f .

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\,;2]$ فإن $f'(x)=-g(x)$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty\,;2]$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f .

3) بيّن أن : $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2}) .

4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

التمرين 1 : احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات التعريف D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير :

$\lim_{u\to 0}\ln u=-\infty$	$\lim_{u\to+\infty}\ln u=+\infty$	$\lim_{u\to 1}\frac{\ln u}{u-1}=1$	
$\lim_{u\to 0}u^n\ln u=0$	$\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u^n}=0$	$\lim_{u\to 0}\frac{\ln(u+1)}{u}=1$	n عدد طبيعي

1) $f(x)=-x^2+x+\ln x$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=x(\ln x-1)$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ ، $D_f=]-1\,;\,+\infty[$

التمرين 2 : ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير : $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$

1) $f(x)=1+x-x\ln x$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=\frac{x+3+3\ln x}{x}$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ ، $D_f=]-1\,;\,+\infty[$

التمرين 3 : (Bac Métropole Juin 2009)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+2+\frac{\ln x}{x}$.

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

ب- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند $+\infty$.

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- عيّن إحداثيي النقطة A من (c) بحيث يكون المماس عندها يوازي (D) .

ب- اكتب معادلة (T) مماس المنحني (c) عند النقطة ذات الفاصلة e .

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.4<\alpha<0.5$.

5) ارسم (T) ، (D) و (c) .

التمرين 4 : (بكالوريا 2012 تقني رياضي)

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=x^2+a+b\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان .

1) عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4 .

2) نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ- ادرس تغيّرات الدالة g .

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

جـ- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ب- بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له .

جـ- نأخذ $\alpha=1.25$. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث :

$0.6<x_1<0.7$ و $2.7<x_2<2.8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

3) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(m+2)x+2\ln x=0$

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : علوم تجريبية)

I) g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

2) استنتج أنه ، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$.

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق أن : $0<\alpha<0.5$.

3) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $+\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحني (c_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحني (c_f) في نقطة فاصلتها x_0 .

أ- احسب x_0 .

ب- ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحني (c_f) .

جـ- عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين .

السنة الدراسية 2014/2013 **السلسلة رقم 3**

التمرين 1 :

1) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $1^{2013}+2^{2013}+3^{2013}+4^{2013}$ يقبل القسمة على 5 .
2) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $16\times 7^{2n}-28\times 3^{2n+3}$ يقبل القسمة على 5 .
3) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{2n+3}+2^{n+3}$ يقبل القسمة على 7 .

التمرين 2 : (بكالوريا 2012 . الشعبة : تقني رياضي)

1) ادرس ، حسب قيّم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^{n} على 11 .
2) ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 .
3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}$ يقبل القسمة على 11
4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $2011^{2012}+2n+2$ مضاعفا للعدد 11 .

التمرين 3 :

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$.

أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4[11]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$.

أ- عيّن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب- عيّن قيم n بحيث يكون $PGCD(a\,;b)=2$ ، ثم استنتج قيم n بحيث يكون a و b أوليين فيما بينهما .

3) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{n} على 10 .

ب- استنتج رقم آحاد العدد 2^{2014} .

جـ- عيّن الثنائيات $(x\,;y)$ من $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x}\equiv 8[10]$.

التمرين 4 :

1) نعتبر ، في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ ، المعادلة (E) : $7x+18y=9$.

أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4\,[7]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

جـ- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ الجملة : $\begin{cases} n\equiv 6[7] \\ n\equiv 15[18] \end{cases}$

2) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^{n} على 7 .

ب - استنتج باقي قسمة كل من العددين 2012^{2013} و $2012^{1434^{2013}}$ على 7 .

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : رياضيات)

1) n عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث : $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$

أ- بيّن أن : $PGCD(\alpha\,;\beta)=PGCD(\beta\,;10)$.

ب- ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha\,;\beta)$ ؟

جـ- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون : $PGCD(\alpha\,;\beta)=5$.

2) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^{n} على 11 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية :

$$\begin{cases} 4^{5n}+4^{n}+n\equiv 0[11] \\ n\equiv 2[10] \end{cases}$$

السنة الدراسية 2014/2013 السلسلة رقم 4

التمرين 1 : (بكالوريا 2010 . الشعبة : رياضيات)

1) نعتبر المعادلة : $(1)\dots\ 7x+65y=2009$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ- بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7 .

ب- حل المعادلة (1) .

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ- تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9 .

ب- حل المعادلة : $(2)\dots\ (7u_1)x+(u_2)y=126567$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

جـ- عيّن الثنائية $(x;y)$ حل (2) حيث x_0 و y_0 عددان طبيعيان مع $y_0\geq 25$.

التمرين 2 : (بكالوريا 2009 . الشعبة : تقني رياضي)

1) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسّم 2009 .

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين ، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدّها الأول u_0 بحيث :

$u_1^2+u_2+35a^2=2009$.

ب- احسب a و u_0 .

2) نضع $a=7$ و $u_0=2$ ، احسب u_n بدلالة n .

3) نضع $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ- عبّر عن S_n بدلالة n .

ب- عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=800$.

التمرين 3 : (بكالوريا علوم دقيقة)

1) α وَ β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .

جد α وَ β حيث : $\beta(\beta^3-1)=28\alpha^2$.

2) a ، b ، c ، d و e أعداد طبيعية غير معدومة تشكل بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها r

حيث a و r أوليان فيما بينهما و $28a^3=e-b$.

احسب الأساس r ثم الأعداد a ، b ، c ، d و e .

التمرين 4 : (بكالوريا تجريبية)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين .

1) أثبت أنه إذا كان a أوليا مع b فإن $(a+b)$ أولي مع (ab) .

2) نفرض أن $a\leq b$.

أ- حل الجملة (1) : $\begin{cases} PGCD\,(a\,;b)=5 \\ PPCM\,(a\,;b)=180 \end{cases}$

ب- استنتج حلول الجملة (2) : $\begin{cases} PGCD\,(a+b\,;ab)=5 \\ PPCM\,(a\,;b)=180 \end{cases}$

جـ- عيّن الثنائيات $(a\,;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق : $5(a+b)^2=147m$ حيث $m=PPCM\,(a\,;b)$

التمرين 5 : (بكالوريا علوم دقيقة)

1) حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول $(x';y')$: $9x'-14y'=13$ علما أن $(3;1)$ حل لها .
(يرمز $\mathbb{Z}$ إلى مجموعة الأعداد الصحيحة)

2) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $45x-28y=130$
بيّن أنه إذا كان $(x;y)$ حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد 2 وأن y مضاعف للعدد 5 ثم حل هذه المعادلة .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha3}$ في نظام تعداد أساسه 9 ويكتب $\overline{5\beta\beta6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .
عيّن العددين الطبيعيين α ، β ثم اكتب N في النظام العشري .

التمرين 6 : (بكالوريا علوم دقيقة)

$\mathbb{Z}$ هي مجموعة الأعداد الصحيحة .
لتكن في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $43x-13y=\lambda$ ....(E) مع λ عدد صحيح .

1) تحقق أن $(-3\lambda;-10\lambda)$ حل للمعادلة (E).
- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 6 ويكتب $\overline{\beta0\gamma\gamma}$ في نظام تعداد أساسه 5 .
أ- بيّن أن الأعداد α ، β و γ تحقق : $43\alpha-13\beta=\gamma$.
ب- عيّن α ، β و γ ثم اكتب N في النظام العشري .

التمرين 7 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : رياضيات)

1) أ- عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2n+27\equiv 0[n+1]$.
ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث : $(b-a)(a+b)=24$.
جـ- استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2) α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$.
أ- اكتب العددين α و β في النظام العشري .
ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث : $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ \alpha a-\beta b=9 \end{cases}$

3) أ- عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434 ، ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478 .
ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2013x-1434y=27$

التمرين 8 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : تقني رياضي)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $11x+7y=1$

1) أ- عيّن $(x_0;y_0)$ ؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق : $x_0+y_0=-1$.
ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق : $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$
أ- بيّن أن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E) .
ب- ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77 .

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .
عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

التمرين 1 :

1) حلل العدد 319 إلى جداء عوامل أولية .

2) برهن أنه إذا كان العددان الطبيعيان x و y أوليين فيما بينهما يكون العددان $3x+5y$ و $x+2y$ أوليين فيما بينهما .

3) حل في المجموعة $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ الجملة :
$$\begin{cases}(3a+5b)(a+2b)=1276\\ ab=2m\end{cases}$$
حيث : $PPCM\,(a\,;b)=m$.

التمرين 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$) .

1) ادرس تغيّرات الدالة f .

2) بيّن أن النقطة $\Omega\left(-\dfrac{1}{2}\,;0\right)$ مركز تناظر للمنحني (c_f) .

3) اكتب معادلة (Δ) مماس المنحني (c_f) عند النقطة Ω .

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (c_f) .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=m(2x+1)$.

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\dfrac{|2x+1|}{(x^2+x+1)^2}$

أ- اعتمادا على المنحنى (c_f) ، بيّن كيفية رسم المنحني (c_h) الممثل للدالة h .

ب- ارسم (c_h) في نفس المعلم $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين 3 : (يرجى من الأستاذ تعديل بعض الأسئلة قصد التبسيط)

I- نرفق بكل عدد حقيقي غير معدوم m الدالة العددية g_m ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $g_m(x)=x^2+2m(1-\ln x)$.

- ادرس ، حسب قيم m ، تغيرات الدالة g_m .

II- نرفق بكل عدد حقيقي غير معدوم m الدالة العددية f_m ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $f_m(x)=\dfrac{1}{2}x+2+\dfrac{m\ln x}{x}$ ولتكن (c_m) منحنياتها البيانية في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أن جميع المنحنيات (c_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها .

2) ادرس ، حسب قيم m ، تغيرات الدالة f_m .

3) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=\dfrac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحني (c_m) عند $+\infty$.

ب- ادرس ، حسب قيم m ، وضعية المنحني (c_m) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) ارسم المنحنيين (c_1) و (c_{-1}) في نفس المعلم $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين 1 :

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x+17y=2014$.

أ- بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 2\ [11]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

2) عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية غير المعدومة التي تحقق : $11m+17d=2013$

حيث : $PGCD(a;b)=d$ و $PPCM(a;b)=m$.

التمرين 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x+\sqrt{x^2+1}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{-f(x)}{\sqrt{x^2+1}}$.

جـ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)>0$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، وشكل جدول تغيّراتها .

2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-2x$ مقارب مائل للمنحني (C_f).

3) بيّن أنه يوجد مماس واحد (T) للمنحني (c_f) معامل توجيهه -1 ، ثم اكتب معادلة له .

4) ارسم المستقيمين (Δ) ، (T) والمنحني (c_f) .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $\sqrt{x^2+1}=f(m)$.

6) (Γ) منحني معادلته : $y^2+2xy-1=0$.

بيّن أن المنحني (Γ) هو اتحاد المنحني (c_f) ومنحني آخر (H) يطلب تعيينه ثم ارسم (Γ) .

التمرين 3 :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقطة $I(0;-1;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x+y-z+2=0$.

1) أ- تحقق من أن النقطة I تنتمي إلى المستوي (P) .

ب- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) العمودي على المستوي (P) في النقطة I.

جـ- تحقق من أن النقطة $\Omega(1\ ;\ 0\ ;\ 0)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .

2) لتكن (c) الدائرة من المستوي (P) التي مركزها النقطة I ونصف قطرها 1 و (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة Ω وتقطع المستوي (P) وفق الدائرة (c) .

أ- أثبت أن نصف قطر سطح الكرة (S) هو 2 .

ب- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

3) m عدد حقيقي و (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث :

$$x^2+y^2+z^2+mx+(m+2)y-(m+2)z+2m+1=0$$

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي m ، (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m ونصف قطرها .

ب- عيّن المجموعة التي ترسمها النقطة I_m عندما يمسح العدد m مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

التمرين 1 : (Bac S Liban 31 mai 2011)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A\left(1\;;\;2\;;\;-1\right)$ ، $B\left(-3\;;\;-2\;;\;3\right)$ و $C\left(0\;;\;-2\;;\;-3\right)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(2\;;-1\;;1\right)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$.

2) ليكن $\left(p\right)$ المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$.
- بيّن أن المستويين $\left(p\right)$ و $\left(ABC\right)$ متعامدان .

3) نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A\;;1\right),\left(B\;;-1\right),\left(C\;;2\right)\right\}$
أ- بيّن أن إحداثيات النقطة G هي $\left(2\;;0\;;-5\right)$.
ب- أثبت أن المستقيم $\left(CG\right)$ عمودي على المستوي $\left(p\right)$.
جـ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(CG\right)$.
د- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي $\left(p\right)$ مع المستقيم $\left(CG\right)$.

4) بيّن أن المجموعة $\left(S\right)$ للنقط M من الفضاء بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ هي سطح كرة يطلب تعيين عناصرها المميزة .

5) بيّن أن المستوي $\left(p\right)$ وسطح الكرة $\left(S\right)$ يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين 2 : (بكالوريا 2013 - الشعبة : تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقطتين
$A\left(2\;;-5\;;4\right)$ ، $B\left(3\;;-4\;;6\right)$ والمستقيم $\left(\Delta\right)$ المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\;\;;\;t\in\mathbb{R}\\ z=4+t\end{cases}$

1) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(D\right)$ المار بالنقطتين A و B .
ب- ادرس الوضع النسبي للمستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(D\right)$.

2) $\left(P\right)$ المستوي الذي يشمل $\left(D\right)$ ويوازي $\left(\Delta\right)$.
- برهن أن $\vec{n}\left(3;1;-2\right)$ شعاع ناظمي للمستوي $\left(P\right)$ ، ثم عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$.

3) M نقطة كيفية من $\left(\Delta\right)$ و N نقطة كيفية من $\left(D\right)$.
أ- عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم $\left(MN\right)$ عموديا على كل من $\left(\Delta\right)$ و $\left(D\right)$.
ب- احسب المسافة بين نقطة كيفية من $\left(\Delta\right)$ والمستوي $\left(P\right)$.

التمرين 3 :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A\left(6\;;\;0\;;\;0\right)$ ، $B\left(0\;;\;6\;;\;0\right)$ و $C\left(0\;;\;0\;;\;4\right)$.

1) عيّن إحداثيات النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(O\;;\;1\right),\left(A\;;\;2\right),\left(B\;;\;3\right)\right\}$.

2) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left(\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}\right).\overrightarrow{CM}=0$.

3) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM^2+2AM^2-3BM^2=24$.

4) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM^2+2AM^2+3BM^2=24$.

التمرين 4 : (Bac Amérique du Nord Juin 2010 S)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :

$A(1;-2;4)$ ، $B\left(-2\;;-6\;;\;5\right)$ و $C(-4\,;0\;;-3)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(1;-1;-1\right)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ- عيّن معادلة للمستوي (ABC) .

2) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم الذي يمرّ بالنقطة O وعمودي على المستوي (ABC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

3) نسمي H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) .

ليكن t العدد الحقيقي الذي يحقق $\overrightarrow{BH}=t\,\overrightarrow{BC}$.

أ- بيّن أن : $t=\dfrac{\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2}$.

ب- استنتج قيمة t وإحداثيات النقطة H .

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 - الشعبة : تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط :

$A\left(3;-2\;;-1\right)$ ، $B\left(5;-3;2\right)$ ، $C\left(2\,;3;\,2\right)$ و $D\left(1;-5;\;-2\right)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ؛ نرمز له بالرمز (P) .

2) بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(2\,;1\,;-1\right)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D ويعامد (P) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة E ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P) .

4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB) ، و λ العدد الحقيقي حيث $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$

أ- بيّن أن : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب- استنتج العدد الحقيقي λ وإحداثيات النقطة H ، ثم المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB) .

التمرين 6 : (Bac Polynésie Juin 2009 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :

$A(1;-1;3)$ ، $B(0;3;1)$ ، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1) أ- أثبت أن مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A;2),(B;-1),(C;1)\right\}$ هو النقطة E .

ب- استنتج (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$

2) أ- بيّن أن النقط A ، B و D تعيّن مستويا .

ب- بيّن أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

جـ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

3) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .

4) أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (Γ) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين 1 :

1) أثبت أن : $\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}+\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}-1=0$.

2) أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4n}=1$.

3) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(1+i)z-3+i=0$.

4) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{\overline{z}-1}{\overline{z}+1}=i$.

5) بيّن أن العدد المركب $(1-i)^{2012}$ هو عدد حقيقي سالب .

التمرين 2 :

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $2+i$ ، $2-i$ و i .
عين لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة A مركز ثقل المثلث BCD .

التمرين 3 :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، z عدد مركب صورته M و $\overline{z}$ مرافقه .
عيّن مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $z\times\overline{z}+3(z+\overline{z})+i(z-\overline{z})=6$

التمرين 4 :

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط : A ، M و M' التي لواحقها على الترتيب : $z_A=1$ ، z و iz .
عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث تكون النقط A ، M و M' في استقامية .

التمرين 5 :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.
نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها العدد المركب z ، ($z\neq 2i$) النقطة M' لاحقتها العدد المركب L
حيث : $L=\frac{z+1}{z-2i}$

1) عيّن مجموعة النقط M بحيث يكون L تخيليا صرفا .
2) عيّن مجموعة النقط M بحيث يكون L حقيقيا .
3) عيّن مجموعة النقط M بحيث يكون L حقيقيا سالبا .

التمرين 6 :

نعتبر العدد المركب α حيث : $\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2}-\frac{\sqrt{3}+1}{2}i$

1) احسب α^2 ، ثم اكتبه على الشكل المثلثي .

2) استنتج الطويلة وعمدة للعدد المركب α ، ثم استنتج كلا من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3) ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

- عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z ($z\neq 1$) حيث : $\left|\frac{z}{z-1}\right|=\frac{1}{2}\left|\alpha^2\right|$.

السنة الدراسية 2014/2013	السلسلة رقم 9

التمرين 1 :

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $-1+i$ ، $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ و $1+3i$.

1) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ موازي أضلاع .

2) عين لاحقة النقطة I مركز ثقل موازي أضلاع $ABCD$.

التمرين 2 :

اكتب الأعداد المركبة الآتية على الشكل المثلثي :

1) $z_1=-3\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 2) $z_2=3\left(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 3) $z_3=3\left(-\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

4) $z_4=3\left(\sin\frac{\pi}{4}+i\cos\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $z_5=1+\cos\alpha+i\sin\alpha$ (ناقش حسب قيم α من $[0;2\pi[$)

التمرين 3 :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

عيّن ، في كل حالة مما يلي ، الإجابة الصحيحة مع التبرير .

	أ)	ب)	جـ)
1) المعادلة $-z=\overline{z}$ ذات المجهول z ، تقبل :	حلا واحدا	عددا غير منته من الحلول	حلين
2) للعدد المركب $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$ عمدة هي :	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
3) الكتابة الأسية للعدد المركب $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ هي :	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$e^{-i\frac{\pi}{3}}$
4) الشكل الجبري للعدد $\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2014}$ هو :	$-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$
5) إذا كان $z_1=\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_2=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ فإن الكتابة الأسية للعدد $i\frac{z_1}{z_2}$ هي :	$\sqrt{12}e^{-i\frac{\pi}{12}}$	$\sqrt{3}e^{i\frac{7\pi}{12}}$	$\sqrt{3}e^{i\frac{13\pi}{12}}$
6) إذا كانت A ، B ، C و D نقط من المستوي المركب لواحقها : $1-$ ، $1+2i$ ، 3 و $-3i$ على الترتيب فإن :	$\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ متعامدان .	$ABCD$ متوازي أضلاع	$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متوازيان .
7) إذا كانت $a=3+i\sqrt{3}$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=1-i\sqrt{3}$ لواحق النقط A ، B و C على الترتيب فإن المثلث ABC :	قائم	متساوي الساقين	متقايس الأضلاع

التمرين 4 :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z في كل حالة من الحالات الآتية :

1) $|z-3|=|z+i|$ 2) $|z+1-i|=3$ 3) $|\overline{z}+i|=4$ 4) $|z+1-2i|\leq\sqrt{5}$

5) $\sqrt{2}|z+1|=|(1+i)z-4|$ 6) $\arg(z)=\frac{\pi}{4}$ 7) $\arg(\overline{z})=\frac{\pi}{4}$ 8) $\arg(iz)=-\frac{\pi}{4}$

9) $\arg\left(\frac{z+1}{z-i}\right)=\frac{\pi}{2}$ 10) $\arg\left(\frac{z+1}{z-i}\right)=\frac{\pi}{6}$ 11) $\arg\left(z^2\right)=\frac{\pi}{3}$

12) $z=i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ (العدد الحقيقي k يمسح المجموعة $\mathbb{R}_+$)

13) $z=i+2\,e^{i\theta}$ (العدد الحقيقي θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$)

التمرين 5 : (Bac S Métropole juin 2011)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط : A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب : $z_A=1$ ، $z_B=i$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-i$.

عيّن ، في كل حالة مما يلي ، الإجابة الصحيحة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير .

1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z+i|=|z-1|$ هي :

أ) محور القطعة $[BC]$. ب) منتصف القطعة $[BC]$.

جـ) الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 1 . د) محور القطعة $[AD]$.

2) مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z+i}{z+1}$ تخيليا صرفا هي :

أ) المستقيم (CD) ماعدا النقطة C . ب) الدائرة التي قطرها $[CD]$ ماعدا النقطة C .

جـ) الدائرة التي قطرها $[BD]$ ماعدا النقطة C . د) محور القطعة $[AB]$.

3) مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$ هي :

أ) نصف الدائرة التي قطرها $[BD]$ وتمرّ بالنقطة A . ب) الدائرة التي قطرها $[BD]$ ماعدا النقطتين B و D

جـ) المستقيم (BD) . د) نصف المستقيم $]BD)$ الذي مبدؤه B ويشمل D ماعدا النقطة B

التمرين 6 :

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $[0\,;\pi]$. نعتبر الأعداد المركبة :

$z_0=r\,(-\cos\theta+i\sin\theta)$ ، $z_1=r^2(\sin\theta+i\cos\theta)$ و $z_2=\sqrt{3}\,(1+i)$

1) اكتب كلا من z_0 ، z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

2) أ- عيّن العددين الحقيقيين r و θ بحيث يكون : $z_1=\overline{z_0}$.

ب- عيّن عندئذ قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\left(\frac{z_0}{z_1}\right)^n$ عددا حقيقيا .

3) نضع : $r=1$ و $\theta=\frac{\pi}{3}$.

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي

لواحقها : z_0 ، z_1 و z_2 على الترتيب .

أ- عيّن لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A\,;2),(B\,;2),(C\,;-1)\}$.

ب- عيّن مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=3$