الأعداد المركبة و الهندسة

التمرين 01: الهدف هو استعمال حلول المعادلات للإجابة على السؤال الرابع

معادلة من الدرجة الثالثة - المرجح - حساب أطوال - مجوعة نقطية .

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلتين الآتيتين :

$(I)\ldots\ldots z^2-(3+i)z+4=0$ و $(II)\ldots\ldots z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=0$.

1) حل المعادلة (II) . (المعادلات بمعاملات مركبة خارج البرنامج)

2) بيّن أن 1 حلا للمعادلة (I) و أنه يمكن كتابة (I) على الشكل $(z-2)(az^2+bz+c)=0$ ، a و b

و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

3) حل المعادلة (I). نسمي z_1 ، z_2 و z_3 حلول هذه المعادلة علما $|z_1|<|z_2|<|z_3|$.

4) النقط A ، B و C هي على الترتيب صوّر z_1 ، z_2 و z_3 .

(4-1) عيّن المرجح G للجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;-1)\}$.

(4-2) احسب GA، GB و GC.

(4-3) عيّن المجموعة (G) للنقط M من المستوي حيث $MA^2-2MB^2-MC^2=-\frac{17}{2}$

التمرين 02

الشكل الجبري - مجموعة نقطية - التفسير الهندسي للطويلة و العمدة .

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نسمي M صورة العدد المركب z .

نضع $z'=\frac{z-3}{z-2i}$ من أجل كل z حيث $z\neq 2i$.

1) اكتب العدد المركب z' على شكله الجبري .

2) عيّن المجموعة (D) للنقط M بحيث يكون z' حقيقيا .

3) عيّن المجموعة (G) للنقط M بحيث يكون z' تخيليا صرفا .أنشئ (D) و (G).

4) نسمي A صورة 3 و B صورة $2i$. فسر هندسيا $|z'|$ و $Arg(z')$ و استنتج نتيجة السؤال الثاني و

نتيجة السؤال الثالث

www.mathlive.ibadaa.org

التمرين 03:

المتتاليات الهندسية و الأعداد المركبة - الشكل الأسي .

نعتبر المتتاليتين العدديتين (U_n) و (V_n) حيث $U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $V_n = n\frac{\pi}{3}$.

نسمي M_n النقطة التي لاحقتها z_n حيث $z_n = U_n e^{iV_n}$.

1) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها $z_n \in \mathbb{R}$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : 4cm).

عيّن لواحق النقط M_0, M_1, M_2, M_3 و M_4 .

3) احسب أطوال أضلاع المثلث OM_nM_{n+1} بدلالة U_n . ما هي طبيعة هذا المثلث.

4)نعتبر المتتالية (a_n) المعرفة بـ: $a_n = |z_{n+1} - z_n|$.بيّن أن (a_n) متتالية هندسية، عيّن حدها الأول و أساسها. احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} (a_n)$

التمرين 04

معادلة من الدرجة الثالثة – الشكل الأسي - متوازي أضلاع – الدوران – التفسير الهندسي

لـ : $\left|\frac{z-a}{z-b}\right|$ و $Arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right)$.

الجزء الأول

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : (I).....$z^3 + 2z^2 - 16 = 0$.

1) بيّن أن 2 حلا للمعادلة (I) و أنه يمكن كتابة (I) على الشكل $(z-2)(az^2+bz+c)=0$، a و b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2)استنتج حلول المعادلة (I) على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

الجزء الثاني

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)علّم النقط A، B و D ذات اللواحق، على الترتيب، $z_A = -2 - 2i$ و $z_B = 2$ و $z_D = -2 + 2i$.

2)احسب اللاحقة z_M للنقطة M حيث $ABMD$ متوازي أضلاع. علّم النقطة M.

www.mathematiques.org

3) E هي صورة M بالدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ ؛ F هي صورة M بالدوران الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

(3-1) احسب اللاحقة z_E للنقطة E و اللاحقة z_F للنقطة F.

(3-2) علّم E و F.

4) اكتب $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}$ على الشكل المثلثي و استنتج طبيعة المثلث AEF.

5) I هي منتصف $[EF]$. عيّن صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

التمرين 05:

الانسحاب - التحاكي - الدوران - طبيعة رباعي.

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط A ، B ، C ، P التي لواحقها

$z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ، $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ، $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ ، $z_P = 3 + 2i$ على الترتيب و الشعاع $\vec{u}$ الذي لاحقته $z_{\vec{u}} = -1 + \frac{5}{2}i$.

1) عيّن اللاحقة z_Q للنقطة Q صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.

2) عيّن اللاحقة z_R للنقطة R صورة P بالتحاكي الذي مركزه C و نسبته $-\frac{1}{3}$.

3) عيّن اللاحقة z_S للنقطة S صورة P بالدوران الذي مركزه A و نسبته $-\frac{\pi}{2}$.

4) أنشئ النقط P، Q، R و S .

5) برهن أن $PQRS$ متوازي أضلاع .

6) احسب $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$. استنتج طبيعة متوازي الأضلاع $PQRS$.

7) بيّن أن النقط P، Q، R و S تقع على نفس دائرة **(G)**، يطلب تعيين مركزها **W** و نصف قطرها r

8) بيّن أن المستقيم (AP) يمس الدائرة **(G)** .

www.mathtice.ddns.org

التمرين 06

الشكل الأسي و الشكل الجبري - طبيعة رباعي - التشابه المباشر - الاستقامية .

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط A,B,C,D التي لواحقها $a=1$، $b=e^{i\frac{p}{3}}$، $c=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $d=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{p}{6}}$.

1) اكتب c على الشكل الأسي و d على الشكل الجبري.

2) بيّن أن الرباعي $OACB$ معين .

3) بيّن أن النقط D,A,C على استقامة واحدة.

4) عيّن الزاوية $\boldsymbol{a}$ و النسبة k للتشابه المباشر S الذي يحوّل A إلى C.

نسمي F صورة D و G صورة C بالتشابه S. بيّن أن النقط F، C و G على استقامة واحدة .

التمرين 07:

التشابه المستوي المباشر .

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

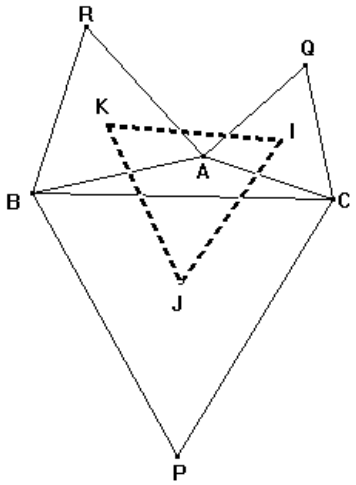
بيّن انه يوجد تشابه مباشر S وحيد يحوّل النقطة A التي لاحقتها $z_A=1+i$ إلى النقطة B التي لاحقتها

$z_B=4i$ و يحوّل النقطة B إلى النقطة C التي لاحقتها $z_C=-4+6i$.

عيّن العناصر المميّزة لهذا التشابه المباشر S.

التمرين 08:

توظيف تحويل نقطي لإثبات نتيجة .



نرسم خارج المثلث الكيفي ABC المثلثات المتقايسة

الأضلاع ACQ ، BPC، RBA

التي مراكزها الثقل هي، على الترتيب، I، J،K.

برهن ان للمثلثات ABC، PQR،IJK نفس مركز الثقل .

www.mathtice.ibnatia.org

التمرين 09:

الشكل التحليلي لتشابه مباشر.

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نسمي s التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(x;y)$ النقطة $M'(x';y')$ حيث

$$\begin{cases} x' = -x - y + 2 \\ y' = x - y - 1 \end{cases}$$

1) عيّن اللاحقة z' للنقطة M' بدلالة اللاحقة Z للنقطة M .

2) بيّن أن s هو تشابه مباشر. عيّن العناصر المميّزة للتشابه s .

3) g هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي المرجح G للجملة $\{(M;1),(M';1),(M'';1)\}$ حيث $M' = s(M)$ و $M'' = s(M')$.

(1-3) احسب بدلالة Z اللاحقة z'' للنقطة M'' و اللاحقة z_G للنقطة G .

(2-3) بيّن أن g هو تشابه مباشر. عيّن مركز التشابه g .

(3-3) عيّن لاحقة النقطة M_0 حيث $g(M_0) = O$.

أنشئ النقط M_0 ، $M_0' = s(M_0)$ ، $M_0'' = s(M_0')$ و المركز Ω للتشابه s .

.

www.mathtice.ibnbp.org