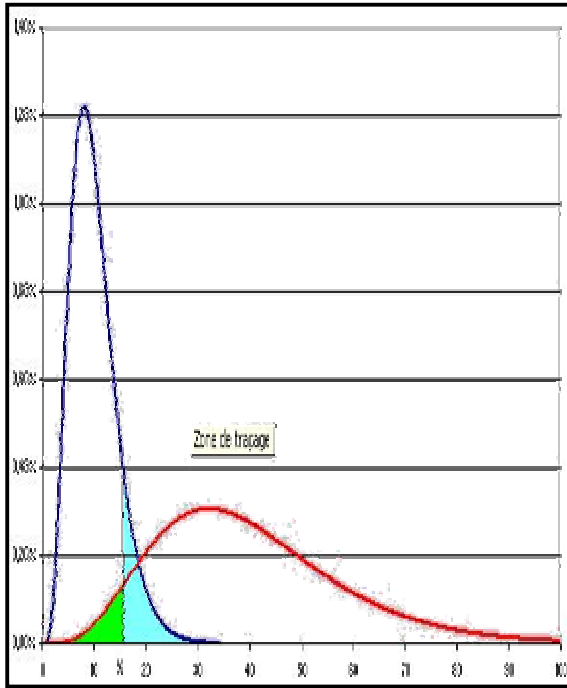


# الاحتمالات

## الكفاءات المستهدفة



- وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج الممكنة فيها منته.
- نمذجة بعض الوضعيات البسيطة.
- حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري و التباين لقانون احتمال.
- محاكاة تجارب عشوائية بسيطة.
- حساب احتمال حادثة بسيطة و حادثة مركبة.
- استعمال خواص الاحتمال في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة.
- تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي.
- حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري و التباين لمتغير عشوائي.

## مقدمة

آ يطلع المتعلم لأول مرة على نظرية الاحتمالات .

آ يتم التطرق لها من خلال الإحصاء باستعمال التواترات للانتقال من التجربة الى النظرية

آ يعرف الاحتمال انطلاقا من قانون الاحتمال

آ يدرج مفهوم المتغير العشوائي و يلاحظ المتعلم العلاقة بين المتوسط في الإحصاء و الأمل الرياضي في الاحتمالات و كذلك الإنحراف المعياري

آ يلجأ الى المحاكاة للمصادقة على النموذج المقترح و المقارنة بين التجربة و النظرية

# الأنشطة

## النشاط الأول :

الهدف : مدخل الى الاحتمالات باستعمال التواترات النظرية و في المرحلة الثانية استعمال مجداول إكسال

$$(f_n) \text{ تؤول الى } 0,16 \text{ (6 } m_n) \text{ تؤول الى } 3,5$$

(7) منحى التباينات يقترب من المستقيم الذي معادلته  $y = 2,81$  عندما يكبر  $n$  بالقدر الكافي

## النشاط الثاني :

الهدف : تعريف قانون إحتمال تجربة عشوائية

$$P(C) = \frac{5}{6} \text{ و } P(A) = P(\bar{A}) = P(B) = P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

(2)

	باعتبار الرقم				باعتبار اللون : R : أحمر ، V : أخضر	
$X_i$	1	2	3	4	V	R
$P(X_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

$$P(B) = \frac{2}{7} , P(A) = \frac{3}{7} \quad (3)$$

## النشاط الثالث :

الهدف : إدراج مفهومي المتغير العشوائي و الأمل الرياضياتي

(1)

$X_i$	1	2	.....	15
$P(X_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$		$\frac{1}{15}$

$$G = 200 - 20 , G = 30 - 20 , G = -20 \quad (2)$$

$$P(G = -20) = \frac{12}{15} \quad (3)$$

(4)

G	-20	10	180
الإحتمال	$P_1 = \frac{12}{15}$	$P_2 = \frac{2}{15}$	$P_3 = \frac{1}{15}$

$$E = \frac{-40}{15} * \text{ (متوسط الربح ) } P(G \geq 0) = P_2 + P_3 = \frac{1}{5} *$$

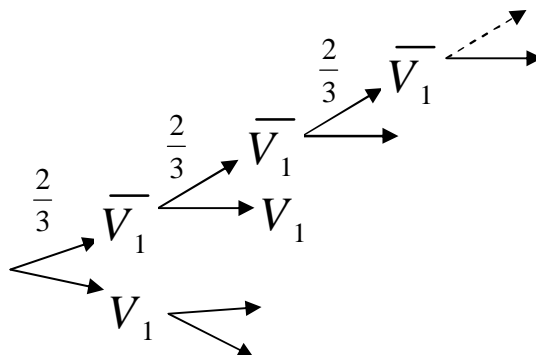
# الأعمال الموجهة

## أعمال موجهة 1 :

الهدف : استعمال الشجرة ( العنكبوتية ) لحساب إحتمال

تصحیح : تحذف الفرضية : نقبل في هذا التمرين  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(1) لحساب  $P(V_1)$  مثلاً



بقاء  $C_1$  فارغة بعد  $n$  مرة يعني عدم استقرار السهم على الرقم 1 بعد  $n$  مرة أي إستقراره في كل مرة على الرقمين 2 أو 3

$$P(V_1) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

(2)  $V_1 \cap V_2$  هي الحادثة " : في نهاية توزيع البيض تبقى السلطان  $C_1$  و  $C_2$  فارغتين " أي أن كل البيض موجود في

$$P(V_1 \cap V_2) = \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \text{السلة } C_3$$

(3)  $P(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = 0$  هي الحادثة المستحيلة أي

$$P(V_1 \cup V_2 \cup V_3) = 3 \frac{2^n - 1}{3^n} \quad (4)$$

(5)  $\overline{M}$  هي الحادثة " : توجد سلة واحدة على الأقل لا تحوي أي بيضة "

$$P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - P(V_1 \cup V_2 \cup V_3) \quad *$$

\* يستعمل مجدولاً لتعيين  $n$  أو بالآلة الحاسبة  $Ti83+$

## أعمال موجهة 2 :

### الهدف : النمذجة

(1) تحقق F يعني  $|a-b| \leq n-1$  و بالتالي  $|a-b| \leq n$  وهذا يعني أن الشخصين يلتقيان لأن الفرق بين وقتي مجيئيهما أقل من ربع ساعة

(2) إذا التقي الشخصان فهذا يعني أن  $|a-b| \leq n$  أي أن G محققة

$$(3) \text{ تصحيح : } x_n = \frac{15n-7}{32n} \quad \text{عوص} \quad x_n = \frac{15n-7}{16n}$$

$a-n+1 \leq b \leq a+n-1$  أي أن  $1-n \leq a-b \leq n-1$

(4) بتعداد الحالات الملائمة و الحالات الممكنة نجد  $x_n = \frac{15n-7}{32n}$

$$(5) \text{ بنفس الطريقة } y_n = \frac{15n+7}{32n}$$

$$(6) \text{ باستعمال النهايات و الحصر نجد } p = \frac{15}{32}$$

## التمرين

أصحح أم خاطئ : من 1 إلى 6

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6
الحكم	صحيح	خاطئ	خاطئ	صحيح	خاطئ	خاطئ

$$(1) \quad p(B \cap C) = 0.4 \quad (2) \quad p(A \cup C) = 0.8 \quad (3) \quad p(\overline{A} \cap C) = 0.5$$

$$E(x) = 6 \quad , \quad a = \frac{5}{12}$$

$$(10) \text{ عدد الحالات الممكنة : } 6^2 = 36 \quad , \quad \text{عدد الحالات الممكنة : } 6 \times 5 = 30$$

$$p(B) = 0.6 \quad (11)$$

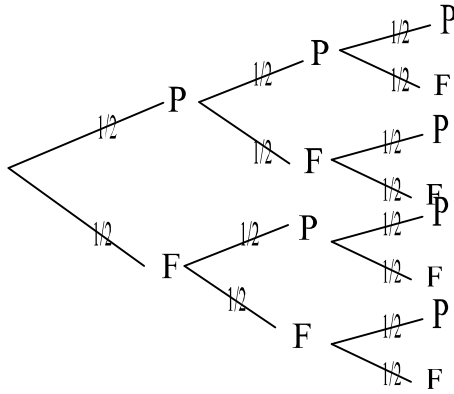
$$p(A \cup B) = 0.82 = 0.45 + 0.37 = p(A) + p(B) \quad (12)$$

$$p(4) = \frac{2}{29} \quad , \quad p(3) = \frac{3}{29} \quad , \quad p(1) = p(2) = p(5) = p(6) = \frac{6}{29} \quad (13)$$

$$p(A) = p(B) = p(C) = \frac{3}{11} \quad , \quad p(D) = p(E) = \frac{1}{11} \quad (14)$$

$$p(\bar{A}) = \frac{8}{11} \quad (4) \quad , \quad p(A \cup B \cup C) = \frac{9}{11} \quad (3) \quad , \quad p(D \cup E) = \frac{2}{11} \quad (2)$$

$$\frac{1}{24} \quad (15)$$



(1) مخطط الشجرة (2) عدد كل الإمكانيات 8 (17)

$$p(ح) = p(ب) = \frac{1}{2} \quad (3) \quad \text{لأن}$$

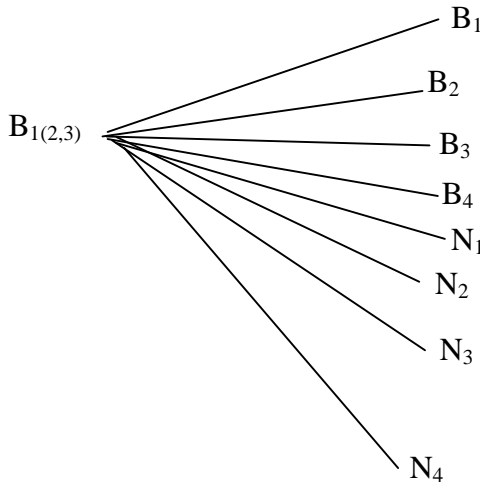
احتمال كل إمكانية هو  $\frac{1}{8}$

(1) لا يوجد تساوي احتمال ، (2) نعم يوجد تساوي احتمال . (18)

$$\Omega = \{1, 2, 3\} \quad (2) \quad p(3) = \frac{3}{6} \quad , \quad p(2) = \frac{2}{6} \quad , \quad p(1) = \frac{1}{6} \quad \text{لأن:} \quad (19)$$

$$p(C) = \frac{1}{12} + \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \quad , \quad p(B) = \frac{1}{2} \quad , \quad p(A) = \frac{1}{2} \quad (20)$$

$$\frac{43}{124} \quad (3) \quad , \quad \frac{212}{293} \quad (2) \quad , \quad \frac{124}{531} \quad (ج) \quad , \quad \frac{238}{531} \quad (ب) \quad , \quad \frac{212}{531} \quad (ا) \quad (1) \quad (21)$$



(1) المخطط (22)

$$\frac{9 + 25}{64} = \frac{34}{64} \quad (2)$$

$$\frac{6 + 20}{56} = \frac{13}{28} \quad (23)$$

$$p(C) = \frac{4}{7} \quad , \quad p(B) = \frac{4}{7} \quad , \quad p(A) = \frac{3}{7} \quad (1) \quad (24)$$

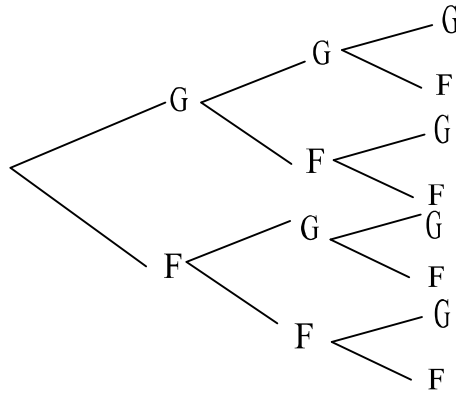
$$p(A \cup B) = \frac{4}{7} + \frac{3}{7} = 1 \quad , \quad p(C \cap B) = \frac{2}{7} \quad , \quad p(A \cap C) = \frac{2}{7} \quad , \quad p(A \cap B) = 0 \quad (2)$$

$$p(B \cup C) = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \quad , \quad p(A \cup C) = \frac{4}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 1 - p(\bar{A}) + 1 - p(\bar{B}) - (1 - p(\overline{A \cup B}))$$

25

$$= 1 - [p(\bar{A}) + p(\bar{B}) - p(\overline{A \cup B})] = 1 - [0.44 + 0.63 - 0.52] = 0.45$$



26 (1) عدد الإمكانات 8

(2)  $\frac{3}{8}$

27 (1)  $(5,7), (5,5), (5,2), (5,1), (2,7), (2,5), (2,2), (2,1), (1,7), (1,5), (1,2), (1,1), (7,7), (7,5), (7,2), (7,1)$

$$(2) p(D) = \frac{6}{16}, p(C) = \frac{1}{16}, p(B) = 0, p(A) = \frac{4}{16}$$

28 (1)  $\frac{20}{156}, (2) \frac{79}{156}, (3) \frac{52}{156}, (4) \frac{20}{77}$

29 (1)  $\frac{14}{45}, (2) \frac{5}{45}, (3) \frac{1}{2}$

30 استعمال المخطط بالشجرة (1)  $p(F) = \frac{2}{3}$

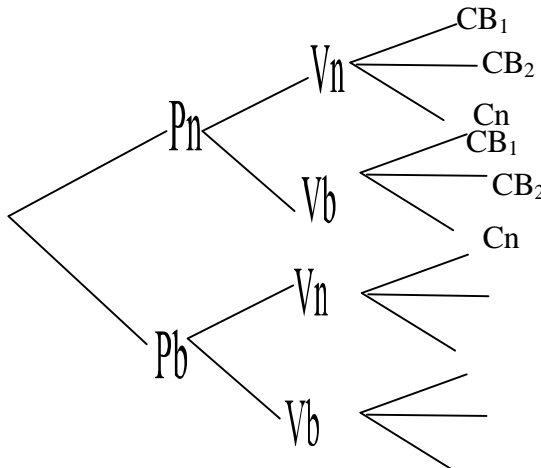
(2) احتمال ظهور وجه :  $\frac{26}{27}$  ، احتمال ظهور الوجه مرتين :  $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

31 (1)  $P(O^+) = 0.83, (2) P(B) = 0.25, (3)$

$$P(Rh^-) = 0.2 \times 0.2 + 0.25 \times 0.15 + 0.45 \times 0.17 + 0.1 \times 0.1$$

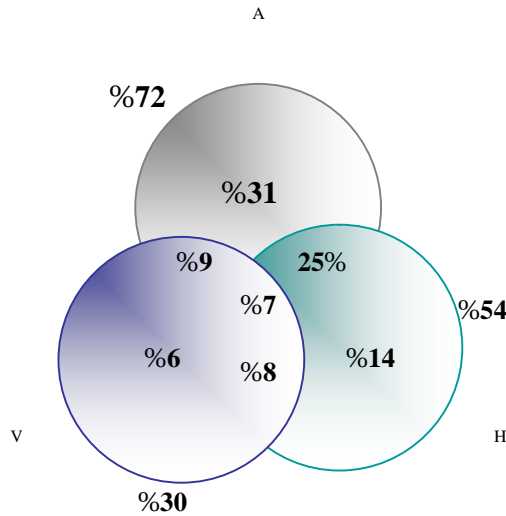
$$(4) P(O \cap Rh^+) = 0.45 \times 0.83$$

نضع: V معطف ، P سروال ، C قميص ، B أبيض ، N أسود (1) 32



(3)  $\frac{1}{2}, (4) \frac{1}{2}$

33 (1).



(2)  $P(\overline{A \cup H}) = 0.06$  ,  $P(A \cap V \cap H) = 0.70$  ,  $P(A \cup H) = 0.94$  ,  $P(A \cap V) = 0.16$  .  
 $P(\overline{A \cup V}) = 0.14$

(3)  $G = A \cap H \cap \overline{V}$  ,  $F = A \cap (\overline{H \cup V})$  ,  $E = A \cup H \cup \overline{V}$  .

$P(F \cup G_{maj}) = \frac{49}{72} + \frac{49}{230}$  ,  $P(G_{min}) = 0.76$  ,  $P(F) = 0.68$  34

ملاحظة: عوض 650 قاصرا 65 قاصرة.

35 (1) 50 حبة

المجموع	مربعة الشكل	دائرية الشكل	
15	10	5	بالشكولاتة
35	10	25	بالمربي
50	20	30	المجموع

(2)  $P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(C) = 0.9$  ,  $P(C) = 0.2$  ,  $P(B) = 0.7$  ,  $P(A) = 0.4 = \frac{2}{5}$

(3)  $\frac{1}{2}$

36  $\frac{1}{24}$

37 (1) عدد الإمكانيات 15 ، 2 .  $\frac{2}{5}$

38 عدد الحالات 28 ، 1 .  $\frac{2}{7}$  ، 2 .  $\frac{9}{14}$

39 30 % — 0.3

40 (1)  $P(l \cup c) = \frac{3}{4}$  ، 2 . 0.15

41 (1)  $P(A \cup B) = 1$  و الحادثة  $(A \cup B)$  حادثة أكيدة

(2)  $n=30$  ،  $P(A \cap B) = 0.2$

42 (1)  $E(x) = 0.6$  ، (2)  $S(x) = 0.6$

43 ملاحظة عوض : أحسب  $n(x)$  انحراف لـ  $x$  و  $S(x)$  تباين لـ  $x$  .

نكتب أحسب  $n(x)$  تباين  $x$  و  $S(x)$  انحراف  $x$  .

$$S(x) = 1.83 \text{ ، } n(x) = 3.36 \text{ ، } E(x) = \frac{479}{240} \text{ ، } a = \frac{11}{80}$$

X	8	3	4	7	9
P(X=x)	$\frac{16}{31}$	$\frac{8}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{2}{31}$	$\frac{1}{31}$

$$n(x) = 98.94 \text{ ، } E(x) = -2.06$$

45 نميز حالتين:

بإعادة الكرة

X	0	1	2
P(X=x)	$\frac{16}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{4}{36}$

بدون إعادة الكرة

X	0	1	2
P(X=x)	$\frac{12}{31}$	$\frac{16}{30}$	$\frac{2}{30}$

$$n(x) = \frac{16}{45} \text{ ، } E(x) = \frac{2}{3}$$

ق <sub>1</sub> \ ق <sub>2</sub>	2	3	6	9
2	4	6	12	18
3	6	9	18	27
6	12	48	36	54
9	18	27	54	81

$$P(x \geq 27) = \frac{3}{8} \text{ ، } P(x < 9) = \frac{3}{16} \text{ ، } P(x = 36) = \frac{1}{16} \text{ ، } P(x = 12) = \frac{1}{8}$$

قانون الاحتمال:

X	4	6	9	12	18	27	36	54	81
P(X=x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$$

(2)

X	0	1	2
P(X=x)	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

$$Z = 2 - N \text{ (5) نفس الطريقة ، (4) } n(x) = \frac{20}{49} \text{ ، } E(x) = \frac{6}{7} \text{ (3)}$$

X	0	1	2
P(X=x)	$\frac{2}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{20}{42}$

# مسائل

48 الجزء الأول

(1). عدد الحالات الممكنة 30 ، (2).  $X(\Omega) = \{2,3,4,5,6\}$  ، (3).

X	2	3	4	5	6
P(X=x)	$\frac{6}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{1}{30}$

الجزء الثاني

(1). عدد الحالات الممكنة 36 ، (2).  $X(\Omega) = \{2,3,4,5,6\}$  ، (3).

X	2	3	4	5	6
P(Y=y)	$\frac{9}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{1}{36}$

(5).  $P(y \leq 1) = 0$

الجزء الثالث

(1). عدد الحالات الممكنة 15 ، (2).  $X(\Omega) = \{2,3,4,5\}$  ، (3).

X	2	3	4	5
P(Y=y)	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

(5).  $P(Z \geq \frac{7}{2}) = \frac{2}{5}$

49 (1)

الأحاد العشرات	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

(2)

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
P(X=x)	$\frac{2}{99}$	$\frac{3}{99}$	$\frac{4}{99}$	$\frac{5}{99}$	$\frac{6}{99}$	$\frac{7}{99}$	$\frac{8}{99}$	$\frac{9}{99}$	$\frac{10}{99}$	$\frac{9}{99}$	$\frac{8}{99}$	$\frac{7}{99}$	$\frac{6}{99}$	$\frac{5}{99}$	$\frac{4}{99}$	$\frac{3}{99}$	$\frac{2}{99}$	$\frac{1}{99}$

(3).  $P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - \frac{14}{99} = \frac{85}{99}$

X	+1	-4
P(Y=y)	$\frac{85}{99}$	$\frac{14}{99}$

$E(y) = \frac{29}{99}$  ،  $S(y) = 0.0175$  ، اللعبة ليست عادلة.



(1) 50

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(X=x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

Y	0	1'	2	3'	4	5'	6
P(Y=x)	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

$$P(X=Y) = \frac{6}{61} \quad (2) \quad , \quad P(X \cdot Y > 17) = 1 - P(XY \leq 17) = 1 - \frac{45}{61} = \frac{16}{61} \quad (3)$$

$$P(2X + Y = 13) = \frac{3}{61} \quad (4)$$

51

X	1	2	3	4	5
P(Y=x)	$\frac{2}{56}$	$\frac{10}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{14}{56}$

$$G\left(\frac{b-d}{b+d+1}; \frac{1}{b+d+1}\right), \quad b+d \neq -1 \quad (1) \quad 52$$

(2). ملاحظة: عوض نرمي زهرة نكتب نرمي زهرة نرد مرتين متتاليتين.

$$\frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$$

53

X	0	1	2	3
P(X=x)	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$$E(x) = \frac{13}{18} \quad (3) \quad , \quad X(\Omega) = \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, 3\right\} \quad (2) \quad \text{باستعمال المخطط بالشجرة نجد:} \quad 54$$

$$M(0,0), M(0,1), M(0,2), M(1,0), M(1,1), M(1,2), M(2,0), M(2,1), M(2,2) \quad (1) \quad 55$$

$$E(x) = \frac{10}{3}, \quad P(A) = \frac{2}{9}, \quad P(A) = \frac{1}{3} \quad (2)$$

X	0	1	2	4	5	8
P(X=x)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$P(D) = \frac{8}{15}, \quad P(C) = \frac{7}{15}, \quad P(B) = \frac{7}{15}, \quad P(A) = \frac{7}{30} \quad (1) \quad 56$$

$$P_n = \frac{7}{13}, \quad n=13 \text{ أو } n=14, \quad n \text{ تصويب عين قيم العدد الطبيعي} \quad (2)$$

$$P_6 = 0.05, \quad P_5 = 0.1, \quad P_4 = 0.4, \quad P_3 = 0.2 \text{ استنتاج} \quad P_1 = 0.1 \quad (1) \quad 57$$

$$P(F) = 0.6, \quad P(E) = 0.55, \quad P(D) = 0.1, \quad P(C) = 0.25, \quad P(B) = 0.45, \quad P(A) = 0.4 \quad (2)$$

$$X(\Omega) = \{40, -10, -100\} \quad (3)$$

X	40	-10	-100
P(X=x)	0.4	0.4	0.2

ج. (ع) ،  $E(x) = -8$  ، 60

$$P(D) = \frac{5}{108} , P(C) = \frac{5}{6} , P(B) = \frac{17}{108} , P(A) = \frac{1}{108} \quad \text{58}$$