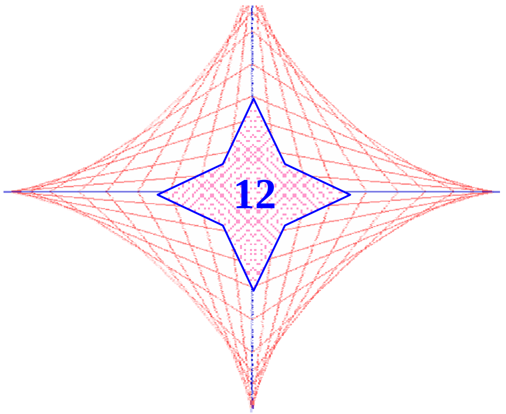
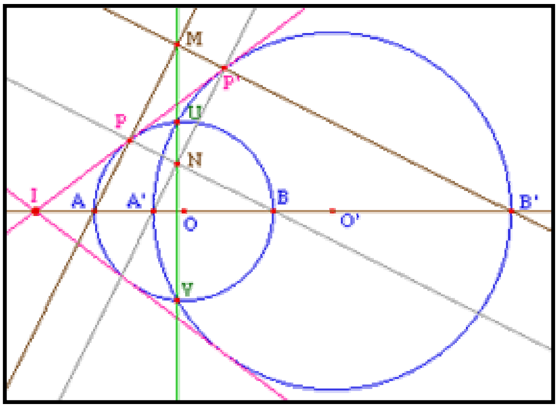


التحويلات النقطية في المستوي
التحاكي

الكفاءات المستهدفة



- استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.
- توظيف التحويلات النقطية في حل مسائل هندسية.
- تعيين محل هندسي.
- حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.

مقدمة

في هذا الفصل يطلب من المتعلم التحكم في :

Ã ترجمة تعريف التحاكي الى العلاقة الشعاعية و العكس

Ã ملاحظة العلاقة بين مرجح نقطتين و أن إحداهما صورة الأخرى بتحاك مركزه المرجح و يطلب تحديد نسبته

Ã تعطى التحويلات الأخرى من خلال تمارين متنوعة و تستخدم هذه التحويلات مع التحاكي لتعيين مجموعة نقط من المستوي تحقق خاصية معينة كما تستخدم في إنشاءات هندسية

Ã على المتعلم التحكم في استعمال التحاكي لإثبات الإستقامية ، التوازي ، التقاطع لعدة مستقيمات في نقطة

Ã استعمال برمجيات الهندسة الديناميكية مطلوب لوضع تخمينات و تأكيدها بالبرهان النظري

الأنشطة

النشاط الأول :

الهدف : تعيين نسبة التحاكي بمعرفة المركز و صورة النقطة

* $\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{OA}$

1) k = 1   2) $k = \frac{3}{2}$ 3) k غير موجود (عدم استقامية النقط)

* $\overrightarrow{GD} = k\overrightarrow{GB}$

1) $k = \frac{2}{3}$ 2) $k = -2$ 3) تصحيح في الشكل (B هي المسط العمودي للنقطة A على (GD)) ، $k = \sqrt{2}$

* في الشكل (5) : تصحيح : النقطة M هي تقاطع المستقيمين (ON) و (d_1) ، $k = -\frac{2}{3}$

النشاط الثاني :

الهدف : إثبات استقامية نقط باستخدام التحاكي

1) $\frac{IF}{IC} = \frac{IE}{IB} = \frac{EF}{BC} = \frac{IF+EF}{IB+BC} = \frac{IB}{IA}$ 2) $\frac{IB}{IA} = \frac{EF}{BC}$ 3) $\overrightarrow{IG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}$ لأن $\frac{IF}{IC} = \frac{FG}{CD} = \frac{2}{3}$

النشاط الثالث :

الهدف : التحاكي يكبر المساحات k^2 مرة (k نسبة التحاكي) إذا كان $|k| > 1$ و يصغرها k^2 مرة إذا كان $|k| < 1$

* $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{3}$ * $MM_1 = \frac{2}{3}AA_1$ و $PP_1 = \frac{1}{3}AA_1$ و $CN = \frac{1}{2}NB$

مع $A_1; M_1; P_1$ هي المساقط العمودية للنقط $A ; M ; P$ على الترتيب على المستقيم (BC)

النشاط الرابع :

الهدف : صورة دائرة بتحاكي هي دائرة مركزها صورة المركز و نصف قطرها $|k|R$

1) $AMBM'$ مستطيل   2) (AM) يوازي (BN)   3) $k = 3$ 4) $\overrightarrow{O'N} = \overrightarrow{O'I} + \overrightarrow{IN} = k\,\overrightarrow{OM}$

الأعمال الموجهة

أعمال موجهة 1:

الهدف : تعيين محل هندسي باستعمال التحاكي

1) $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$ 2) $h(C) = (C')$ (C') دائرة عدا صورتي A و B بواسطة h

3) $h(O) = (O')$ حيث $\overrightarrow{IO'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IO}$ (C') مركزها O' و تشمل G

أعمال موجهة 2 :

الهدف : استعمال التحاكي في إنشاء هندسي

(1) مرحلة التحليل :   * صورة K هي النقطة C

* صورة I هي E نقطة تقاطع (AI) مع الموازي لـ (LI) المرسوم من B

* صورة J هي D نقطة تقاطع (AJ) مع الموازي لـ (LJ) المرسوم من C

* صورة J , I , L و K هي صور D , E , B و C على الترتيب

(2) مرحلة التركيب :   * IJKL حل للمسألة (صورة مربع بتحاك)

(BE) ، (LI) ، (LJ) و (DC) متوازية $\frac{AL}{AB} = \frac{AI}{AE} = \frac{AJ}{AD} = \frac{AK}{AC} = k$

$\overrightarrow{AL} = k\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AE}$,$\overrightarrow{AJ} = k\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AC}$

مع K , J , I و L هي صور C , D , E و B على الترتيب

* حل وحيد لأن BEDC وحيد

التمارين

أصحيح أم خاطئ : من 1 إلى 8

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8
الحكم	صحيح	صحيح	خاطئ	صحيح	خاطئ	خاطئ	صحيح	صحيح

أسئلة متعددة الاختيارات: من 9 إلى 14

رقم السؤال	9	10	11	12	13	14
الإجابة الصحيحة	1	3	1	2	2	1

15 1). $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$ ، 2). $\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{OP}$ ، 3). $\overrightarrow{IJ}=-4\overrightarrow{AB}$ ، 4). $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

16 1). هي نظيرة A بالنسبة إلى B .
2). هي نظيرة C بالنسبة إلى D .

17 1). k = -3 ، 2). k = 5 ، 3). k = 2 ، 4). $k = -\frac{2}{3}$.

18 تصويب الخطأ (D' نظيرة D بالنسبة إلى C أثبت أن D' منتصف [AF]) يمكن استعمال نظرية طالس.

19 يمكن إثبات أن: AECF متوازي أضلاع.

20 تصويب الخطأ (Hالنقطة تقاطع (AB) و (EI) أثبت أن H منتصف [EI]) نفس طريقة 18.

21 1). A'B'C'D'EFGH مكعب ، 2). صورة H هي O ، صورة F هي منتصف [FB].

22 1). صورة C هي A ، 2). $\overrightarrow{BC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ ، 3). علاقة شال ، 4). نعم.

23 تصويب (ABC مثلث متقايس الأضلاع) ،
1). $k_1=\frac{2}{3}$ ، 2). مركز h_2 هو نقطة تقاطع (CB) مع (NM) و نسبته $k_2=-\frac{2}{3}$

24 $k = -\frac{2}{3}$

25 1). $k = -\frac{1}{3}$ أو k = -3 ، 2). $k = \frac{2}{3}$ أو $k = \frac{3}{2}$ ، 3). $k = \frac{1}{2}$ أو k = 2 ، 4). k =

26 نسبة التحاكي $k = \frac{1}{3}$

1). $\frac{11}{4}$ ، 2). -2 ، 3). $\frac{2}{3}$ ، 4). $-\frac{1}{3}$

29 k = -3

30 1). لا ، 2). نعم (تناظر مركزي)

31 $K = \frac{2}{3}$

32 1). مركز التحاكي هو تقاطع (AB) مع (CD).

33 1). نفس فكرة 32 ، 2). $\overrightarrow{OB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}$

35 1). 'A صورة A هي تقاطع (C) مع (AB) ، 'O صورة O هي مسقط 'A على (PQ) .
2). ('D) يشمل P و يوازي (D) ، ('C) مركزها 'O ويشمل P .
3). ('D) يمس('C) ، (C) و ('C) متماستان داخليا.

36 1). نفرض: $\overrightarrow{AM}=a\,\overrightarrow{AB}$ حيث $a\in]0;1[$ و نجد: $\overrightarrow{A'M'}=a\,\overrightarrow{A'B'}$
2). نستعمل التبادل الداخلي ، 3). يمكن استعمال نظرية طالس.

37 صورة B هي C .

38 المثلثان BDF و ACE متشابهان.

39 يمكن الاستعانة بالنظرية العكسية لطالس.

40 F،B،E صور C،O،'A بهذا الترتيب بتحاك و O منتصف [AC] .

42 1). لأن (DC) يشمل D صورة B و يوازي (AB).
2). و 3). استعمل طالس.

43 نعتبر E_1 ، E_2 ، E_3 منتصفات [AB]، [BC] ، [CD] على الترتيب ، (E_1 ، E_2 ، E_3 في استقامية)
G_1 ، G_2 ، G_3 هي صور E_1 ، E_2 ، E_3 بتحاك مركزه O و نسبته $\frac{2}{3}$ فهي في استقامية .

44 1). ('C) دائرة مركزها $w\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ و نصف قطرها r = 1 (تمس محور التراتيب)
2). $(x+1)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=1$

45 1). (C) دائرة مركزها $O(0;0)$ و نصف قطرها 2r = ، ('C) دائرة مركزها $A(3;0)$ و نصف قطرها r' = 1
2). بما أن: r+ r' = 2+1= OA فإن (C) و ('C) متماسان خارجيا.
3). $k=-\frac{1}{2}$

46 1). إذا كانت M نقطة من (C_1) فإن (IM) يقطع (C_2) في N حيث $\overrightarrow{IM}=-\overrightarrow{IN}$.
2). استنتاج مما سبق أو مقارنة المثلثات.
3). القطران متناصفان.

47 1). $B\hat{A}C=45°$ ، $E\hat{B}F=45°$ (متبادلتان داخليا).
2). طالس ، $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$ ، 3). G هي صورة D بالتحاكي h ، $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{ID}$

48 1). مستقيم المنتصفين في المثلثين.
2). صورة [BE] هي [DG] ، (PN)⊥(PQ)

49 1). صورة A هي H ، 2). صورة (AI) هو (IH) و صورة (AJ) هو (JH)
3). خواص التناظر
B هي صورة C بالدوران r و منه C تقاطع (d_1) مع (d'_2) صورة (d_2) و نتمم بنفس الطريقة.

52 نستعمل خواص متوازي الأضلاع.

53 دائرة ('c) صورة (c) بانسحاب شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

54 المستقيم (Δ') صورة (Δ) بتناظر مركزي بالنسبة على النقطة I منتصف [AB] .

55 المستقيم (Δ') صورة (Δ) بتحاكي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$.

56 الدائرة (c') صورة (c) بتحاك مركزه O منتصف [AB] و نسبته $\frac{1}{3}$.

57 1). يمكن تطبيق نظرية طالس.
2). المحل الهندسي لـ M_1 و M_2 هو اتحاد الضلعين [CD] و [BE] من المعين BCDE الذي مركزه A

58 إذا كان $b \neq 0$ فإن $\overrightarrow{GB} = -\frac{a}{b}\overrightarrow{GA}$

59 1). إذا كان $A \notin [BC]$ فإن $x = \frac{AC}{AB}$ ، و إذا كان $A \in]BC[$ فإن $x = -\frac{AC}{AB}$
2). x = 2 ، x = -1 ، $x = \frac{1}{2}$
3). لتكن D نظيرة B بالنسبة إلى A.
أ. C تنتمي إلى نصف المستقيم الذي حده D ولا يشمل B.
ب. C تنتمي إلى القطعة]DB] .
ج. C تنتمي إلى القطعة]DA[أو نصف المستقيم الذي حده B و لا يشمل D .

60 1). صورة M هي C ، 2). r دوران مركزه A وزاويته $\frac{p}{2}$
3). (B'C') هو صورة (AM) بـ r ومنه $(B'C') \perp (AM)$.

61 1). $h_1(A) = J$ ، $h_2(A) = K$ ، 2). $\overrightarrow{BI} = k_1\overrightarrow{BO}$ ، $\overrightarrow{CI} = k_2\overrightarrow{CO}$
الاستنتاج: $k_1 + k_2 = \frac{BI}{BO} + \frac{CI}{CO} = \frac{BI+CI}{BO} = \frac{BC}{BO} = 2$
3). $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IK} = k_1\overrightarrow{OA} + k_2\overrightarrow{OA} = (k_1+k_2)\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OA}$

62 1). (Δ) محور تناظر للمربع ABCD و نصف الدائرة (C) و بالتالي محور تناظر الشكل
$(EF) \perp (\Delta)$ و $(DC) \perp (\Delta)$ ومنه (EF)//(DC) .
3). $\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{OE}{OD}$ و $\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{OF}{OC}$ ومنه h(C)=F .
KF=HE و (KF)//(HF) و $(HK) \perp (HE)$.

63 __الجزء الأول__ 1). $\overrightarrow{AM'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{BM''} = 2\overrightarrow{BM'}$.
2). $\overrightarrow{BM''} = 2\overrightarrow{BA} + 2(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}) = -\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BA}$
3). Ω تحقق العلاقة $\overrightarrow{A\Omega} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (*) و هي وحيدة .
(*) تؤدي إلى $3\overrightarrow{\Omega A} - \overrightarrow{\Omega B} = \vec{0}$ علاقة شال
لأن: $3\overrightarrow{\Omega A} - \overrightarrow{\Omega B} = 3\overrightarrow{\Omega B} + 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{\Omega B} = 2\overrightarrow{\Omega B} + 3\overrightarrow{BA} = 2(\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}) + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$
5). باستعمال السؤالين 2) و 4) نجد $\overrightarrow{\Omega M''} = -\overrightarrow{\Omega M} + 3\overrightarrow{\Omega A} - \overrightarrow{\Omega B} = -\overrightarrow{\Omega M}$.
أي: "M هي صورة M بتحاك مركزه Ω و نسبته-1 (تناظر مركزي).

__الجزء الثاني__ 1). h_1 تحاك مركزه G و نسبته $-\frac{1}{2}$ ، 2). h_2 تحاك مركزه M و نسبته 2 . ، 3). تناظر مركزي
4). نستنتج أن: [AP] ، [BQ] ، [CR] تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز التناظر .

64 1). $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AI}$ ، $\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{AJ}$

قطرها 6.

الجزء الأول: مستقيم أولير

65 1). صور C،B،A بالتحاكي h هي 'C'،B'،A .

2). صور أعمدة المثلث ABC بالتحاكي h هي محاوره.

3). صور H بالتحاكي h هي O.

4). O ، G ، H في استقامية.

الجزء الثاني: دائرة أولير

1). ('C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث 'A'B'C مركزها (w).

2). $\overrightarrow{GO}\frac{1}{2}-=\overrightarrow{Gw}$ أي $\overrightarrow{OG}\frac{3}{2}=\overrightarrow{Ow}$ أي $\overrightarrow{OH}\frac{1}{2}=\overrightarrow{Ow}$ أي w منتصف [OH]

3). صور (C) بـــ 'h هي دائرة مركزها w ($\overrightarrow{Hw}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OH}$) و نصف قطرها هو $\frac{r}{2}$ وهي نفسها صورة (C) بـــ h .

4). تطبيق طالس ، الاستنتاج: $\overrightarrow{wA'}=\overrightarrow{wH_A}$ ومنه ('C) $H_A \in$ بنفس الطريقة H_B ، H_C تنتميان إلى ('C).

5). صور رؤوس المثلث ABC بالتحاكي 'h هي: H_1 ، H_2 ، H_3 منتصفات [AH] ، [BH] ، [CH] .

6). لأنها تشمل النقط التسع 'C'،B'،A، H_A ،