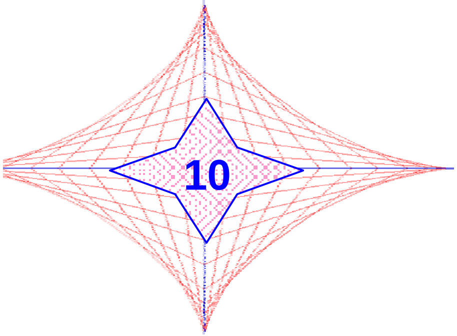
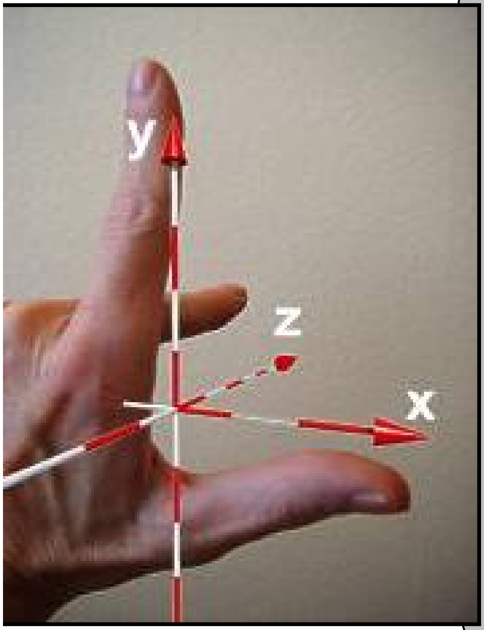


التعليم في الفضاء

الكفاءات المستهدفة

- تعليم نقط أعطيت إحداثياتها.
- تعيين معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات.
- تعيين معادلات مستقيم معرف بنقطة و شعاع توجيه له.
- إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.
- استعمال مبرهنة فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين.
- استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين مجموعة
- نقط تحقق خاصية ما.



يتمحور هذا الفصل على ثلاث محاور أساسية هي:

1 * تعليم النقط في الفضاء من خلال إدراج مفهوم المعلم.

2 * استعمال الإحداثيات لحل مسائل مرتبطة بالاستقامية، التوازي، الأشعة من نفس المستوي...

3* تعيين المعادلة الديكارتية لكل من سطح الكرة، المخروط الدوراني، الاسطوانة الدورانية، المستوي الموازي لأحد مستويات الإحداثيات...

الأنشطة

النشاط 1 :

الهدف : تعيين إحداثيات نقط في معلم للفضاء

1) لدينا $A(0,0,0)$، $B(3,0,0)$، $C(3,0,2)$، $D(0,0,2)$، $E(0,4,0)$، $F(3,4,0)$، $H(0,4,2)$

2) $I(1,0,0)$، $J(0,1,0)$، $K(0,0,1)$. النقطة A هي مبدأ المعلم.

3) $L(3,2,2)$ و $M(2,4,2)$.

النشاط 2 :

الهدف : تعيين معادلات مستويات و مستقيمات.

1) $A(0,0,0)$، $B(1,0,0)$، $C(0,1,0)$، $D(0,0,1)$، $F(1,1,0)$، $G(1,0,1)$، $E(0,1,1)$ و $H(1,1,1)$.

2) المستوي $(GDE): z=1$، x و y كيفيان.

المستوي $(ABC): z=0$، x و y كيفيان.

المستوي $(EHF): y=1$، x و z كيفيان.

المستقيم $(AB): y=0$ و $z=0$، x كيفي.

المستقيم $(AC): x=0$ و $z=0$، y كيفي.

المستقيم $(HE): y=1$ و $z=1$، x كيفي.

3) إحداثيات منتصف $[AB]$ هي $\left(\frac{1}{2},0,0\right)$.

إحداثيات منتصف $[CE]$ هي $\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$.

النشاط 3 :

الهدف : تعيين المسافة بين نقطتين.

1) $A(0,0,0)$، $B(3,0,0)$، $C(3,4,0)$، $D(0,4,0)$، $E(0,0,2)$، $F(3,0,2)$، $G(3,4,2)$ و $H(0,4,2)$.

2) بتطبيق مبرهنة فيثاغورث في المثلث ACG و علما أن $CG=AE$ يكون لدينا: $AG^2=AC^2+AE^2$.
بتطبيق نفس المبرهنة في المثلث ABC و علما أن $BC=AD$ يكون لدينا: $AC^2=AB^2+AD^2$. من العلاقتين السابقتين نستنتج المطلوب.

3) $AG^2=29$ و منه $AG=\sqrt{29}$

4) $\sqrt{(x_G-x_A)^2+\dots}=\sqrt{29}=AG$

5) باستعمال من جهة النتيجة السابقة و باستعمال العلاقة $MN=\frac{1}{2}EG$ في المثلث EHG من جهة ثانية نجد:

$MN=5/2$

النشاط 4 :

الهدف : دراسة تقاطع مخروط دوراني مع مستو.

تصحيح: $x=\frac{3}{4}\sqrt{z^2-\frac{16}{9}b^2}$

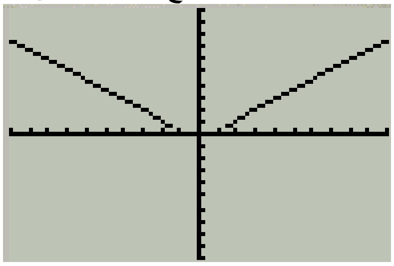
1) • (Σ) دائرة مركزها النقطة C و نصف قطرها R.

• بتطبيق مبرهنة طالس نجد: $R=\frac{3}{4}c$ و منه معادلة (Σ) هي: $x^2+y^2=\frac{9}{16}c^2$.

• المستوي (P) يولد المخروط الدوراني لما تتغير c في المجال $[0,4]$ و منه المعادلة.

2) • معادلة المستوي (Q) هي: $y=b$.

• بكتابة جملة التقاطع نتحصل على المطلوب.



الأعمال الموجهة

الهدف من الأعمال الموجهة الخاصة بهذا الفصل هو تعيين المعادلات الديكارتية لبعض المجموعات المنصوص عليها في البرنامج و بالتالي فكل النتائج الأساسية الخاصة بهذه المعادلات قد أعطيت و لا نرى أي داع لإعادة كتابتها.

تمـــاريـــن

1 1) خطأ. 2) صحيح . 3) خطأ.

2 1) خطأ . 2) خطأ. 3) خطأ.

3 1) صحيح. 2) خطأ. 3) خطأ.

4 1) خطأ. 2) صحيح . 3) خطأ.

5 1) خطأ. 2) صحيح . 3) خطأ

6 1) خطأ . 2) خطأ. 3) صحيح.

7 خطأ

8 الجواب جـ)

9 الجواب ب)

10 الجواب جـ)

11 الجواب ب)

12 الجواب ب)

13 الجواب ب)

14 الجواب جـ)

15 $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{GL}=\overrightarrow{CE}$ ، $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{DG}$

19 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{LB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{LF}$

25 $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$

29 $\overrightarrow{EG}=3\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{DI}$ و منه فالأشعة من نفس المستوي

30 الأشعة $\overrightarrow{SA}$، $\overrightarrow{SB}$ و $\overrightarrow{SD}$ ليست من نفس المستوي
الأشعة $\overrightarrow{SA}$، $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{SD}$ ليست من نفس المستوي
لدينا $\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{CD}$ و منه فالأشعة $\overrightarrow{SA}$، $\overrightarrow{SB}$ و $\overrightarrow{CD}$ من نفس المستوي.

32 $\overrightarrow{AE}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

33 ب) $\vec{u}=5\vec{w}-3\vec{v}$

36 $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$ إذن الأشعة من نفس المستوي.

37 هل يوجد a و b بحيث: $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$

42 $\begin{cases}\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\\ \overrightarrow{G'A'}+\overrightarrow{G'B'}+\overrightarrow{G'C'}=\vec{0}\end{cases}$ ثم باستعمال علاقة شال نتوصل إلى النتيجة.

47 $\vec{v}=2\vec{u}$

51 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$. النقط في استقامية.

54 $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$ مع $k=1$ و منه $(AB)//(CD)$.

63 $D(8,-4,6)$

66 $G\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$

69 $\vec{u}=\vec{0}$ و منه النقط من نفس المستوي.

73

$\begin{cases}x=2k+2\\ y=3k-1\\ z=-k+1\end{cases}$ ، $\begin{cases}3x-2y-8=0\\ y-3z+2=0\end{cases}$

78 نقطة التقاطع هي $(2,1,3)$

79 بوضع مثلا $z=k$ يكون لدينا $\begin{cases}x=2+k\\ y=1-k\\ z=k\end{cases}$ و
بالتالي فالنقطة هي $(2,1,0)$ و الشعاع وهو $(1,-1,1)$

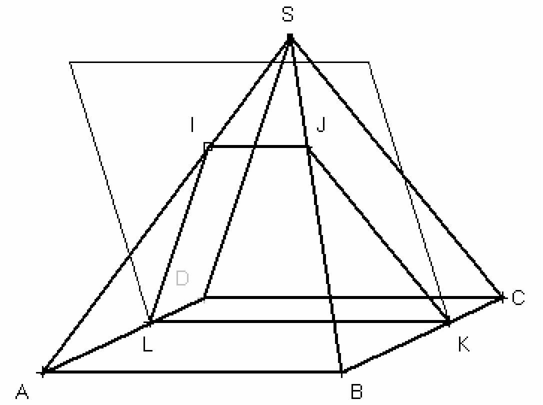
83 $x^2+y^2+z^2=9$

84 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=9\\ x-y=1\\ z=2\end{cases}$ نتحصل مثلا على المعادلة
ذات المجهول x: $x^2-x-2=0$.

86 تقاطع سطح الكرة مع المستوي هي الدائرة التي مركزها $(3,0,0)$ و نصف قطرها4 و هي معرفة بالجملة: $\begin{cases}y^2+z^2=16\\ x=3\end{cases}$

88
$\overrightarrow{IK}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{FJ}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$
ينتج أن $\overrightarrow{IK}$ و $\overrightarrow{FJ}$ من نفس المستوي.

89



90 $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AE}-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$. إذن الأشعة من نفس المستوي.

92 $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EG}$ و منه الشعاعان متوازيان.

93 $\overrightarrow{IJ}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ و منه $(IJ)//(ABC)$

94 $\overrightarrow{AE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ و بالتالي فالأشعة من نفس المستوي.

95 $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$

96 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$

97 لا توجد نقطة M تحقق الشرط لأن الشعاع مستقل عن النقطة M.

98 $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و منه $(EF)//(BC)$

99 أ) $\vec{u}=2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right)$

ب) النقطة I هي منتصف القطعة $[EF]$

100 التقاطع هي النقطة $(2,1,3)$

103 $\begin{cases} x^2+z^2-\frac{1}{4}y^2=0 \\ 0\le y\le 6 \end{cases}$ أو ...

104 $\begin{cases} y^2+z^2=9 \\ 2\le x\le 5 \end{cases}$

في حالة سطح غير منته تكتب المعادلة على الشكل: $y^2+z^2=9$.