7

المرجح في المستوي

الكفاءات المستهدفة

- إنشاء مرجح نقطتين.
- إنشاء مرجح ثلاث نقط.
- حساب إحداثيات المرجح.
- استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط أو تلاقي مستقيمات.

مقدمة

- **أهم ما ينبغي التحكم فيه في هذا الفصل خاصية التجميع**
- **يعتبر المرجح أداة فعالة في حل مشكلات متنوعة (كتعيين مجموعة نقط و إثبات تلاقي مستقيمات في نقطة واحدة**
- **على المتعلم ترجمة العلاقة الإشعاعية التي يحققها المرجح و العكس**
- **يلاحظ المتعلم العلاقة بين المرجح و معدل سلسلة إحصائية و مركز العطالة في التطبيقات الفيزيائية**

الأنشطة

النشاط الأول :

الهدف : إدراج مفهوم مرجح نقطتين

1) تصحيح : أحسب قيمة m_B بدلالة GA و GB عوض $\overrightarrow{GA}$ و $\overrightarrow{GB}$ و الجواب $m_B = 6\frac{GA}{GB}$

2) * $\overrightarrow{GA} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{GB}$ * نضع : $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG}$ * AG = 6 Cm

3) * نأخذ $m_B = 2m_A$ * نأخذ $m_B = 5m_A$

النشاط الثاني :

الهدف : إنشاء مرجح ثلاث نقط

1) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{BC}$

2) في العلاقة $2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC}$ نضع $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB}$ مع G , I , C على استقامة واحدة

3) في العلاقة نفسها نضع $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JB}$ و $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JC}$ مع G , J , A على استقامة واحدة

4) G نقطة تقاطع (AJ) و (GI) 6) في العلاقة السابقة نضع $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CA}$

النشاط الثالث :

الهدف : تعيين مرجح نقطتين

1) $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GB}$ أي $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ 2) $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ 3) G منتصف [AB] 4) m = 4 Kg

النشاط الرابع :

الهدف : استعمال خاصية التجميع لتعيين مرجح جملة .

1) m ; 10,77 2) m_1 ; 11,07 ، m_2 ; 9,76 m_3 ; 13,83

3) تصحيح مقام الكسر 29 و ليس 28 . $\frac{13m_1 + 13m_2 + 3m_3}{29}$; 10,77

الأعمال الموجهة

أعمال موجهة 1 :

الهدف : تعيين مجموعة نقط باستعمال المرجح

1) C دائرة مركزها G مرجح الجملة { A(1) ،B(-2) ،C(3)} و نصف قطرها 3

2) C دائرة مركزها G مرجح الجملة { A(-2) ،B(1) ،C(-3)} و نصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{4}$ و هي تشمل النقطتين A و C

3) C دائرة مركزها G مرجح الجملة { A(1) ،B(-1) ،C(2)} و نصف قطرها $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و هي تشمل A

4) مجموعة النقط هي محور القطعة [GP] حيث G مرجح الجملة { A(1) ،B(1) ،C(2)}
و P مرجح الجملة { A(1) ،C(1)}

5) * B تحقق المساواة * مجموع المعاملات معدوم * $\left\|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right\| = \sqrt{3}a$

* (Γ) دائرة مركزها G و نصف قطرها $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ * للإنشاء (Γ) تشمل B

أعمال موجهة 2 :

الهدف : استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمات

1) للإنشاء : * $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ * $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$

يبدو أن المستقيمات (CI) ، (BJ) و (AK) تتقاطع في نقطة واحدة

2) I مرجح الجملة { A(1) ،B(-3)} ، J مرجح الجملة { A(2) ،C(-3)} ، K مرجح الجملة { B(2) ،C(1)}

3) نعتبر G مرجح الجملة { A(2) ،B(-6) ،C(-3) } ، G موجود لأن مجموع المعاملات غير معدوم
باستعمال خاصية الجمع : G مرجح الجملة { I(-4) ،C(-3) } و منه $G \in (IC)$
G مرجح الجملة { J(-1) ،B(-6) } و منه $G \in (BJ)$
G مرجح الجملة { K(-9) ،A(2) } و منه $G \in (AK)$

<u>أعمال موجهة 3 :</u>

الهدف : التعرف على مستقيم أولار

2) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OA'}$ و بالتالي (AH) عمودي على (BC)
لأن (OA') عمودي على (BC)
3) H ملتقى الإرتفاعات في المثلث ABC
4) تصحيح : O مرجح النقطتين H و G مرفقتين بالمعاملين (1-) و (3) على الترتيب ، $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$
5) O ، G ، H على استقامة واحدة ، $G \in [OH]$

التمارين

صحيح أم خطأ

1) إلى 10)

[10]	[9]	[8]	[7]	[6]	[5]	[4]	[3]	[2]	[1]
صحيح	صحيح	صحيح	خطأ	خطأ	خطأ	صحيح	خطأ	خطأ	صحيح

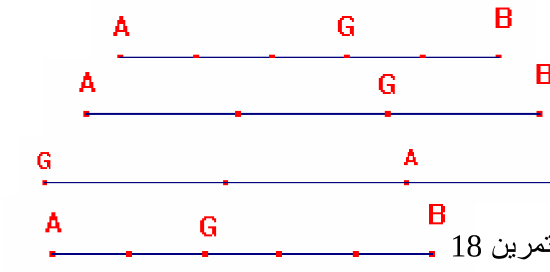
أسئلة متعددة الإختيارات

11) إلى 17)

[17]	[16]	[15]	[14]	[13]	[12]	[11]
2)	2)	3)	3)	2)	لا يوجد	3)

مرجح نقطتين

18 : 1) هو مرجح الجملة $\{(A,2)(B,3)\}$
2) هو مرجح الجملة $\{(A,1)(B,2)\}$
3) في الشكل المقابل
4) هو مرجح الجملة $\{(A,3)(B,2)\}$



19 : تنشأ النقط G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 بنفس طريقة التمرين 18

20 :

الحالة 5)	الحالة 4)	الحالة 3)	الحالة 2)	الحالة 1)
$\{(A,2)(B,-1)\}$	$\{(A,3)(B,-2)\}$	$\{(A,1)(B,-3)\}$	$\{(A,2)(B,1)\}$	$\{(A,1)(B,2)\}$

21

الحالة 1	$G = \{(A,1)(B,1)\}$
الحالة 2	$G = \{(A,5)(B,-3)\}$
الحالة 3	$G = \{(A,5)(B,-6)\}$
الحالة 4	$G = \{(A,-7)(B,3)\}$
الحالة 5	$G = \{(A,1)(B,-6)\}$
الحالة 6	G ليست مرجحا لجملة مثقلة

22

الحالة 1)	$(a,b) = (2,1)$
الحالة 2)	$(a,b) = (5,-7)$
الحالة 3)	$(a,b) = (3,-2)$
الحالة 4)	$(a,b) = (2,-1)$

التمرين 23 : $A=\{(C,1)(B,-3)\}$ ، $B=\{(A,2)(C,1)\}$

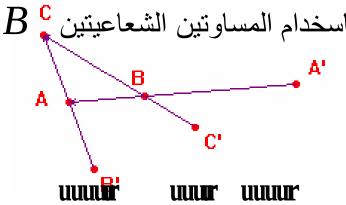
التمرين 24 : $A=\{(C,1)(B,-4)\}$ ، $C=\{(A,3)(B,-4)\}$

التمرين 25 : $B=\{(A,1)(C,1)\}$ $C=\{(A,-1)(B,2)\}$

التمرين 26 : نستخدم المساواة الشعاعية $a\overrightarrow{CA}+b\overrightarrow{CB}=\vec{0}$ وعلاقة شال ($\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$)

التمرين 27 : G_1 هو نظير A بالنسبة إلى B وَ G_2 هو نظير C بالنسبة إلى B

التمرين 28 : 1)ننشئ باستخدام المساواتين الشعاعيتين $\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AB}$ وَ $\overrightarrow{AG'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ 2) $\overrightarrow{GG'}=-\frac{8}{3}\overrightarrow{AB}$



التمرين 29 : 1) نستخدم للإنشاء العلاقات الشعاعية :

$$\overrightarrow{B'C}=2\overrightarrow{AC}\ ,\ \overrightarrow{A'A}=3\overrightarrow{BA}\ ,\ \overrightarrow{C'C}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

2) لاحظ أن :

$$\begin{cases}(2-3)\overrightarrow{MA'}=2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\\(-2+1)\overrightarrow{MB'}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\\(3-1)\overrightarrow{MC'}=3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\end{cases}$$

3) من المساواة في 2) نجد : $\overrightarrow{A'B'}=2\overrightarrow{A'C'}$

التمرين 30 : 2) $\overrightarrow{BG_2}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AG_1}=-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ 3) لاحظ أن : $\overrightarrow{AG_1}=2\overrightarrow{BG_2}$

التمرين 31 : 1) $N=\{(C,1)(B,-4)\}$ أي $\overrightarrow{NC}-4\overrightarrow{NB}=\vec{0}$ و باستخدام علاقة شال نجد : $\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{BN}=\vec{0}$

2) استعمل مبرهنة طاليس و نستعمل نفس المبرهنة لإثبات أن $LMJI$ متوازي أضلاع

لإثبات أن $O=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$ نلاحظ أن :

$$O=\{(L,3)(J,3)\}=\{(A,2)(C,1)(B,2)(C,1)\}=\{(A,2)(B,2)(C,2)\}=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$$

التمرين 32 : 1) $L=\{(A,-2)(C,3)\}$ 2) $K=\{(B,1)(C,4)\}$

التمرين 33 : 1) $M=\{(B,5)(C,6)\}$ ، $N=\{(A,2)(B,5)\}$ ، $P=\{(A,1)(C,3)\}$

2)لتكن G نقطة تقاطع (NC) وَ (BP) نبرهن أن $G\in(AM)$

يمكن أن نعبر عن كون G مرجح النقطتين A وَ M

نبرهن وجود a حيث : $G=\{(A,a)(B,5)(C,6)\}=\{(A,a)(M,11)\}$ و بالتالي $G\in(AM)$

نفرض أن $G=\{(A,a)(B,5)(C,6)\}$ و نسمي $P'=\{(A,a)(C,6)\}$

G هو أيضا مرجح الجملة : $\{(B,5)(P',a+6)\}$ إذن $P\in(AC)\cap(BG)$ إذن $P=P'$

و بما أن $P=\{(A,1)(C,3)\}$ فإن : $a=2$

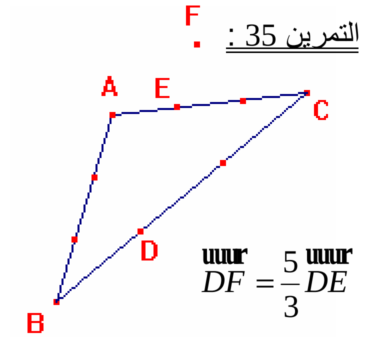
التمرين 34 : 2) لاحظ أن : $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ وبالتالي :

$\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}=(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})+\overrightarrow{AI}=(-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB})+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ وأن : $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$ و بالتالي

$$\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AJ}=(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})+3\overrightarrow{AD}=(-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC})+3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$$

3) لاحظ أن : $\overrightarrow{CJ}=-2\overrightarrow{CI}$ 4) أ) لدينا D منتصف $[AK]$ وَ $(DC)//(AL)$ إذن C منتصف $[KL]$ (لاحظ أن $C\in[KL]$) ب)يمكن أن نبرهن أن $\overrightarrow{KL}=2\overrightarrow{DB}$ باستعمال خواص متوازي أضلاع

التمرين 35 :



1) نستعمل العلاقة : $\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

2) نستعمل العلاقة : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

3) F هو صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BD}$

4) باستعمال علاقة شال و الأسئلة السابقة نبرهن أن :

التمرين 36 :1) تكون G موجودة إذا و فقط إذا كان : $(m^2+2)+(m^2+m-3)\neq 0$ أي $m\in IR-\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$

التمرين 37 : 1) الحالة $P=C$ نجد : $b=-\frac{4}{3}$ 2) الحالة $\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{AB}$ نجد : $b=-\frac{2}{15}$

مرجح ثلاث نقط

التمرين 38 : يفضل إستعمال خاصية التجمع لإنشاء المرجح في هذه الحالات

التمرين 39 : 1) $G=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$ 2) $G=\{(A,5)(B,-3)(C,-1)\}$ 3)
$G=\{(A,6)(B,-6)(C,-1)\}$

4) $G=\{(A,-5)(B,3)(C,-2)\}$ 5) $G=\{(A,-1)(B,-3)(C,2)\}$ 6)
$G=\{(A,-1)(B,0)(C,-4)\}$

التمرين 40 :

1) نعتبر النقطتين $G_1=\{(A,-1)(C,2)\}$ ثم منتصف $[G_1B]$ 2) نعتبر I منتصف $[BC]$ ثم

$F=\{(I,-2)(A,1)\}$ 3) $G=\{(B,2)(C,1)\}$ 4) إختيار كيفي 5) إختيار $I_1=\{(A,3)(B,-2)\}$ ثم

منتصف $[I_1C]$ 6) $J=C$

التمرين 41 :

1) $G=\{(A,-3)(B,4)(C,2)\}$ 2) $G=\{(A,2)(B,-5)(C,-5)\}$ 3) $G=\{(A,2)(B,0)(C,-1)\}$

4) $G=\{(A,0)(B,1)(C,1)\}$ 5) $G=\{(A,1)(B,-2)(C,4)\}$

التمرين 42 :

بالنسبة للحالة الأولى : $D=\{(A,1)(B,1)(C,-1)\}$ معناه $A=\{(B,1)(C,-1)(D,-1)\}$ معناه

$B=\{(A,1)(C,-1)(D,-1)\}$ معناه $C=\{(A,1)(B,1)(D,-1)\}$

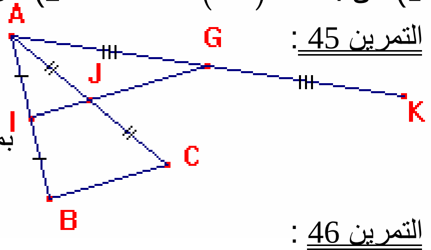
التمرين 43 :

1) ننشئ I منتصف $[AC]$ ثم G هو منتصف $[IB]$ 2) $(a\ ,b\ ,g)=(-4\ ,2\ ,1)$

التمرين 44 :

1) لأن : $1+2+(-4)\neq 0$ 2) $\overrightarrow{AG}=-2\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}$ و ننشئ باستعمال خواص الجمع الشعاعي

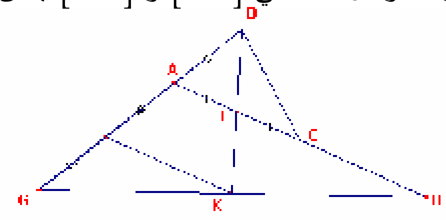
التمرين 45 :



2) باستعمال العلاقة $\overrightarrow{BK}=3\overrightarrow{BC}$ (حيث $K=\{(B,-2)(C,3)\}$) و

بملاحظة أن G منتصف $[AK]$ و I و J منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ يمكن أن

نبرهن أن : $\overrightarrow{IG}=3\overrightarrow{IJ}$



التمرين 46 :

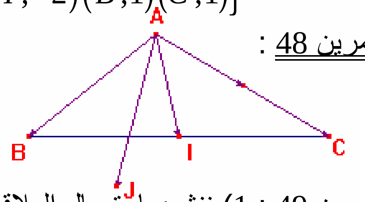
1) يمكن إنشاء النقط G , H , K لأن : $-3+2\neq 0$ و $-2+1\neq 0$

2) يمكن استعمال مبرهنة طاليس للبرهان على أن : $\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{GK}$

التمرين 47 : 1) يمكن إستعمال الجمع الشعاعي و خواص قطري متوازي أضلاع أو إستعمال علاقة شال وخواص منتصف قطعة

1) من العلاقة الشعاعية المبرهنة في 1) ينتج : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AI}=\vec{0}$ و منه :
$A=\{(I,-2)(B,1)(C,1)\}$

التمرين 48 :



1) الإنشاء

2) $I=\{(A,0)(B,1)(C,1)\}$

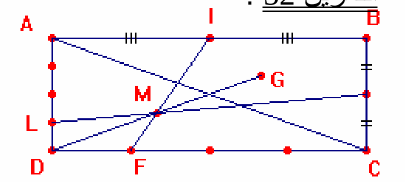
$J=\{(A,1)(B,-2)(C,-1)\}$

التمرين 49 : 1) ننشئ باستعمال العلاقة : $\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{BC}$ 2) G منتصف $[AI]$ لأن : $G=\{(I,1)(A,1)\}$

التمرين 50 :1) الجملتين تقبلان مرجحين لأن مجموع المعاملات غير معدوم
2)بجمع المساوتين : $\overrightarrow{KB}-2\overrightarrow{KA}=\vec{0}$ وَ $\overrightarrow{LC}+3\overrightarrow{LA}=\vec{0}$ وَ باستخدام علاقة شال في المساوتين نجد :
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+4\overrightarrow{LG}-\overrightarrow{KG}=\vec{0}$ أي $-\overrightarrow{GK}+4\overrightarrow{GL}=\vec{0}$ (لأن G وركز ثقل المثلث ABC)

التمرين 51 : 1) يمكن للإنشاء إستعمال الخاصية : $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM}$ وَ نأخذ مثلا : $M=A$ نجد
$\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{CA}$ أي $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BC}$ 2) السؤال الأول ($\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BC}$) يجيب عن هذا السؤال

التمرين 52 :



2)نستعمل خاصية التجميع فنكتب : $M=\{(A,1)(B,1)(C,1)(D,3)\}$

أي : $M=\{(G,3)(D,3)\}$ أي أن G منتصف $[GD]$

3) نعتبر الآن أن : $M=\{(I,2)(F,4)\}$ أي M,I,F في إستقامية

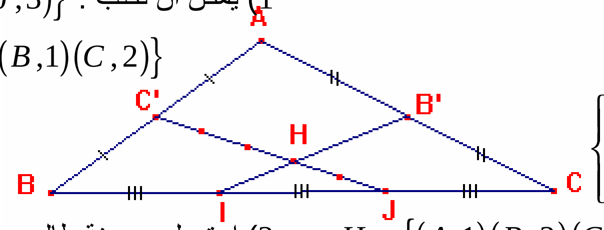
4) نعتبر الآن أن : $M=\{(L,4)(P,2)\}$ حيث : $P=\{(B,1)(C,1)\}$ وَ $L=\{(A,1)(D,3)\}$ و البقية واضحة

التمرين 53 : لاحظ أنه يمكن أن نكتب :
$G=\{(A,1)(I,6)\}$ إذن $G\in(AI)$ ثم $G=\{(B,2)(J,5)\}$ إذن $G\in(BJ)$ $G=\{(C,4)(H,3)\}$ إذن $G\in(CH)$

التمرين 54 :1) نكتب : $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB}$ وَ $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC}$ 2) نعوض المساواة الموجودة في السؤال السابق في العلاقة : $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ نجد : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$ أي أن $G=\{(A,1)(I,1)\}$ 3) نعوض النقطتين المثقلتين بنفس المعامل بمنتصفهما المثقل بمجموع المعاملين للنقطتين

التمرين 55 : 1) يمكن أن نكتب : $H=\{(C',2)(J,3)\}$ أي أن :

لأن $H=\{(A,1)(B,1)(B,1)(C,2)\}$

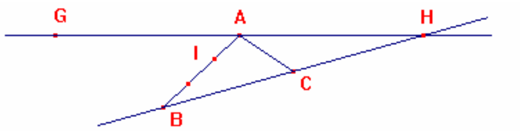


$$\begin{cases} C'=\{(A,1)(B,1)\} \\ J=\{(B,1)(C,2)\} \end{cases}$$

و بالتالي : $H=\{(A,1)(B,2)(C,2)\}$ 2) إستعمل مبرهنة طاليس (لاحظ أن $(IJ)//(B'C')$)

التمرين 56 : 2)لاحظ أن : $G=\{(I,3)(C,-2)\}$ لكن : $I=\{(A,2)(B,1)\}$

وَبالتالي : $G=\{(A,2)(B,1)(C,-2)\}$



3) أ) $L=\{(B,1)(c,-2)\}$ و بالتالي $L\in(BC)$ و يمكن أن نكتب $G=\{(A,2)(L,-1)\}$ و بالتالي $L\in(AG)$ استخلص

ب) بما أن $L=H$ وَ $\overrightarrow{BL}=2\overrightarrow{BC}$ فإن : $k=2$

التمرين 57 : 1) اعلم أنه إذا كان G مركز ثقل مثلث فإن : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GI}$ و لدينا $\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{GI}$

2) $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\left(\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IC}\right)=2\overrightarrow{HI}=\overrightarrow{HG}$

3) $\overrightarrow{HA}=2\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}\right)$ و بالتالي : $H=\{(A,1)(B,-2)(C,-2)\}$

التمرين 58 :1) من المساواة : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ نجد : $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=0$ 2) من المساواة $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$ نجد : $2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$

3) أ) استخدم علاقة شال مع المساواة $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=0$ ب)استخرج 3 عامل مشترك من المساواة 3)-أ)

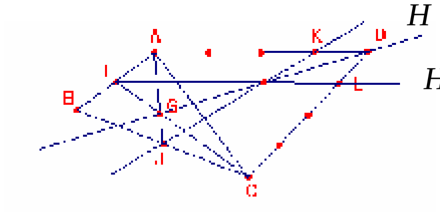
التمرين 59 :

2) نكتب : $H=\{(I,2)(C,1)(D,3)\}=\{(G,3)(D,3)\}$ أي $H\in(DG)$

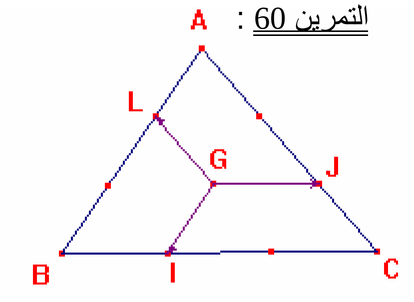
3) $H=\{\{(A,1)(D,3)\}\{(B,1)(C,1)\}\}=\{(K,4)(J,2)\}$ أي $H\in(JK)$

4) $H=\{\{(A,1)(B,1)\}\{(C,1)(D,3)\}\}=\{(I,2)(L,4)\}$ أي $H\in(IL)$

5) استخلص



التمرين 60 :



1)الشكل من أجل $k=\frac{1}{3}$

2) من العلاقات : $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

نجد

$3\overrightarrow{GL}=2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}$, $3\overrightarrow{GJ}=2\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}$, $3\overrightarrow{GI}=2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$ و

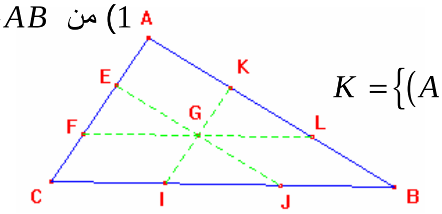
بجمع المساواة الثلاثة طرفا إلى طرف نجد : $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}+\overrightarrow{GL}=\vec{0}$

3) G هي مركز ثقل المثلث IJL

التمرين 61 :

1) من $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ نجد : $2\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ أي :

$K=\{(A,2)(B,1)\}$



و من : $\overrightarrow{BI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ نجد : $2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ أي

$I=\{(C,2)(B,1)\}$

2) و 3) يمكن استعمال مبرهنة طاليس

- الرباعي $EKJI$ متوازي أضلاع لأن قطراه متناصفان

التمرين 62 :

1) $I=\{(A,1)(B,2)\}$ ، $J=\{(B,2)(C,3)\}$ 2) يمكن أن نكتب :

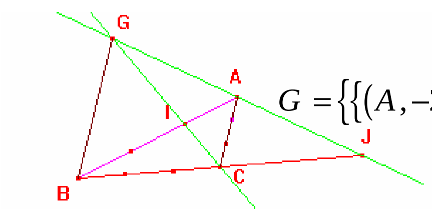
$H=\{(A,1)(B,2)(C,3)\}=\{(I,3)(C,3)\}$

أي H منتصف $[IC]$ وَ بما أن G منتصف $[IC]$ فإن : $G=H$ 3) لاحظ أن :

$G=H=\{(A,1)(J,5)\}$

التمرين 63 : 1) بما أن : $G=\{\{(A,-2)(B,-1)\}(C,2)\}=\{(I,-3)(C,2)\}$

فإن النقط G,J,A في استقامية



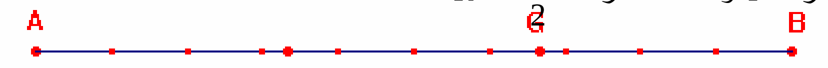
- بالنسبة للنقط G,I,C لاحظ أن : $G=\{(A,-2)\{(B,-1)(C,2)\}\}=\{(A,-2)(J,1)\}$

2) من 1) $G\in(AJ)$ و $G\in(CI)$ 3) لاحظ أن : A منتصف $[GJ]$ و أن C منتصف $[BJ]$

مجموعة النقط

التمرين 64 : 1) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})=2\overrightarrow{MI}$ 2) $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=AB$ معناه $\|\overrightarrow{MI}\|=\frac{AB}{2}$

و E هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها $R=\frac{AB}{2}$

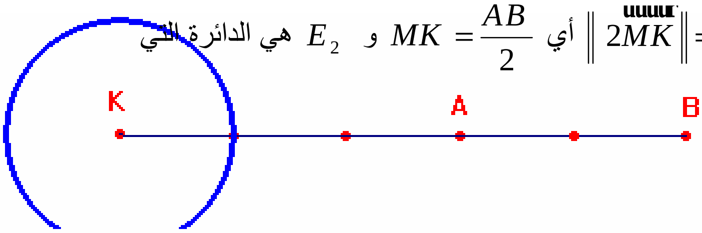


التمرين 65 : 1) الإنشاء

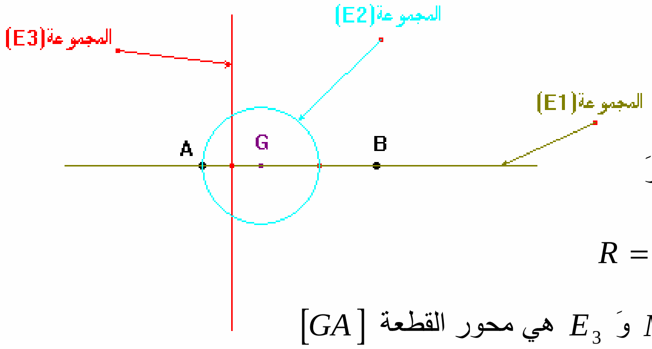
2) $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|=\|-\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\|$ أي $MG=MH$ 3) (E) هي محور القطعة $[GH]$

التمرين 66 : 1) من العلاقة $\overrightarrow{AK}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ نجد : $5\overrightarrow{KA}-3\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ أي $K=\{(A,5)(B,-3)\}$

2) $\|5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\|=AB$ تكافئ $\|2\overrightarrow{MK}\|=AB$ أي $MK=\frac{AB}{2}$ و E_2 هي الدائرة التي مركزها K و نصف قطرها $R=\frac{AB}{2}$



التمرين 67 :



2) أ) الشعاعان $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا معناه $\overrightarrow{MG}//\overrightarrow{AB}$ و E_1 هو المستقيم (AB)

ب) $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=AB$ معناه $MG=\frac{AB}{3}$ و E_2 هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها $R=\frac{AB}{3}$

جـ) $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=3MA$ معناه $MG=MA$ و E_3 هي محور القطعة $[GA]$

التمرين 68 : 1) و 2)ينشأ الشكل كما تقدم

3): $\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=\|-2\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}\|$

تكافئ $MG=MK$ ومجموعة النقط هي محور القطعة $[GA]$

التمرين 69 : 1) ينشأ الشكل كما تقدم

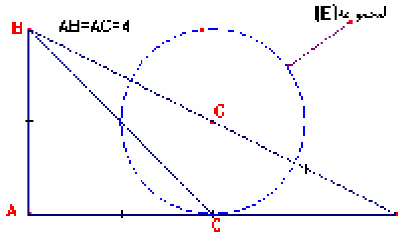
2) المجموعة E هي الدائرة التي مركزها C و نصف قطرها 2

3) المجموعة E' هي محور القطعة $[CD]$

التمرين 70 : 1) الدالة f ترفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' حيث : $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MG}$ أي أن $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GM'}=\vec{0}$ أي أن الدالة f ترفق بكل نقطة M من المستوي نظيرتها M' بالنسبة إلى G

2)أ) $\vec{u}=\overrightarrow{MM'}$ معناه $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$ و الدالة g ترفق بالنقطة M النقطة M' صورتها بالإنسحاب شعاعه $\vec{u}$

ب) المجموعة E هي الدائرة التي مركزها G و تصف قطرها طويلة الشعاع $\frac{\|\vec{u}\|}{2}$



71 : 1) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MG}$

2) $M\in(E)$ تكافئ $\left\|-2\overrightarrow{MG}\right\|=4$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=2$

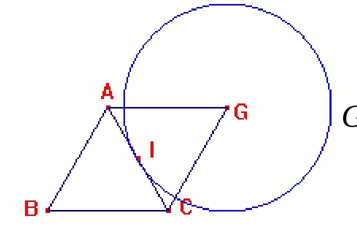
3) المجموعة (E) هي الدائرة التي مركزها G و تصف قطرها 2

72 :

1)الرباعي $ABCG$ فيه قطران متناصفان وَ ضلعان متتابعان متقايسان

2) أ) E هي الدائرة التي مركزها G

و تصف قطرها $R=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ب) منتصف $[AC]$ نقطة من E لأن $GI=\frac{5\sqrt{3}}{2}$



73 :

1) نكتب : $G=\{\{(B,-1)(C,-1)\}(A,4)\}=\{(A,4)(I,-2)\}=\{(A,2)(I,-1)\}$

2) $A=\{(G,2)(B,1)(C,1)\}$ 3) هي الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها $R=\frac{BC}{2}$

74 : 1) ننشئ كما تقدم

2) نكتب من جهة : $G=\{(A,1)\{(B,4)(C,-2)\}\}=\{(A,1)(J,2)\}$ أي أن $G\in(AJ)$

وَ من جهة أخرى : $G=\{\{(A,1)(B,4)\}(C,-2)\}=\{(I,5)(C,-2)\}$ أي أن :

$G\in(CI)$

3) نجد : $MI=MJ$ و مجموعة النقط هي محور القطعة $[IJ]$

4) نجد : $MG=\frac{4}{3}AC$ و مجموعة النقط هي الدائرة مركزها G و نصف قطرها $R=\frac{4}{3}AC$

75 : 1)نسمي $G_1=\{(A,3)(B,5)(C,2)\}$ وَ $G_2=\{(A,3)(C,2)\}$ نجد : $MG_1=MG_2$ والمجموعة E_1 هي محور القطعة $[G_1G_2]$

2) نجد : $\overrightarrow{MG_1}=\frac{3}{10}\overrightarrow{AC}$ و مجموعة النقط E_2 هي النقطة M التي تحقق هذه المساواة

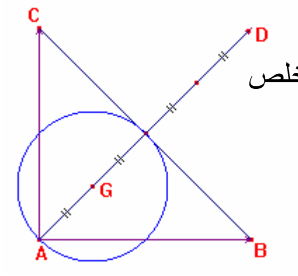
3) نجد : $\left\|-5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right\|=10MG_2$ و مجموعة النقط E_3 هي الدائرة مركزها G_2 و نصف قطرها

$$R=\frac{\left\|-5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right\|}{10}$$

76 : 1) نكتب : $a\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+a\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ أي : $a\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right)=\overrightarrow{DB}$ لكن $ABCD$ مستطيل إذن $a=1$

2) نلاحظ أن : $u(M)=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$ وَ $v(M)=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}$

للشعاعان $u(M)$ وَ $v(M)$ نفس الطويلة معناه $MD=\left\|\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}\right\|$ و مجموعة النقط هي الدائرة التي مركزها D و تشمل النقطة B



77 1) $M'=\{(A,-1)(B,1)(M,2)\}$ تكافئ $\overrightarrow{MM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AI}$ استخلص

2) $M''=\{(A,1)(B,1)(M,-1)\}$ تكافئ $\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IM''}=\vec{0}$ استخلص

3) عندما تمسح النقطة M الدائرة التي مركزها A و تشمل I

أ) النقطة M' تمسح الدائرة التي مركزها I و تشمل A

ب) النقطة " M تمسح الدائرة التي مركزها B و تشمل I

78 : (2 أ) $\overrightarrow{2MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ب) أكتب : $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}$ وَ $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}$

جـ) أنظر الشكل د) $AG=\sqrt{2}$, $AD=4\sqrt{2}$

(3 أ) نجد : $MG=\sqrt{2}$ دائرة مركزها G و نصف قطرها $R=\sqrt{2}$

79 : (1 بما أن $k+(k+1)+(k-1)+(-3k+1)=1$ فإن G معرفة من أجل كل قيمة لـ k

(2 لاحظ أن $ABCD$ متوازي أضلاع و بالتالي : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ إذن :

$A=\{(B,1)(C,-1)(D,1)\}$

- باستخدام علاقة شال (أستعمل النقطة A في الأشعة $(\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GC},\overrightarrow{GD})$ و غستخدام العلاقة :

$k\overrightarrow{GA}+(k+1)\overrightarrow{GB}+(k-1)\overrightarrow{GC}+(-3k+1)\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ نجد :

$\overrightarrow{GA}+k\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$ لكي نجد : $\overrightarrow{AG}=2k\overrightarrow{DB}$

(3 مجموعة النقط هي المستقيم الذي شعاع توجيهه $\overrightarrow{DB}$ و يشمل النقطة A

80 : (1 ننشئ كما تقدم النقطتين : $G_1=\{(A,2)(B,1)(C,-1)\}$ وَ $G_{-1}=\{(A,2)(B,-1)(C,1)\}$ وَ النقطة I

(2 النقطة G_k لأن ك $(k^2+1)+(k)+(-k)\neq 0$ من أجل كل عدد حقيقي k

- باستخدام علاقة شال في المساواة : $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}=k\overrightarrow{G_kC}-k\overrightarrow{G_kB}$ (النقطة B في $\overrightarrow{G_kC}$) نجد

$$\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$$

(3إذا انطبقت N على G_k فإن G_k يقع على (BC) و يكون عندئذ معامل النقطة A معدوم أي أن :

$k^2+1=0$ وَ هذا مستحيل على المجموعة IR

(4لاحظ أن الدالة f متناقصة على المجال $[-1,+1]$ ، النهاية الحدية الكبرى هي $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ و النهاية الحدية

الصغرى هي $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$

(5 مجموعة النقط G_k هي القطعة المستقيمة $[G_{-1}G_1]$ من المستقيم الذي يوازي $\overrightarrow{BC}$ وَ يشمل A

81 : (1 المثلث ABC قائم في B (2 (Γ_1) هو المستقيم الموازي لـ $\overrightarrow{AC}$ و يشمل $G=\{(A,1)(B,2)(C,1)\}$

(3 (Γ_2) هي الدائرة التي مركزها $G=\{(A,1)(B,2)(C,1)\}$ و نصف قطرها $R=\frac{1}{4}AC$

4) أ) لاحظ أن : $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ وَ $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\left\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right\|$

ب) نعوض النقطة M بالنقطة B في المساواة (4 بالنسبة لـ B' لاحظ أنه و بعد التعويض

$\overrightarrow{B'A}+\overrightarrow{B'C}=\vec{0}$ وَ $\left\|\overrightarrow{2BB'}\right\|=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$

جـ)

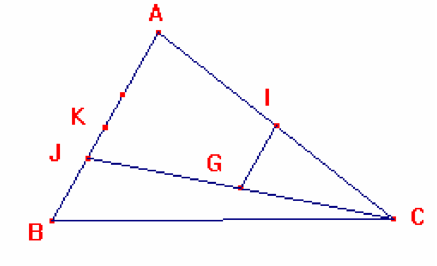
82 : (1 نكتب : $G=\{\{(A,1)(B,2)\}(C,3)\}=\{(J,3)(C,3)\}$ أي أن $G\in(JC)$ ثم G منتصف $[JC]$

(2 الشعاعان $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}$ وَ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}$ مرتبطان خطيا معناه $\overrightarrow{MG}\,//\,\overrightarrow{MI}$ حيث : I منتصف $[AC]$

و المجموعة (E) هي المستقيم (IG)

(3 يمكن لذلك استعمال النقطة K منتصف $[AB]$

و بملاحظة أن G منتصف $[JC]$



83 : 1) لاحظ أن : $G=\{\{(A,1)(C,1)\}(B,2)\}=\{(I,2)(B,2)\}$

حيث : I منتصف $[AC]$ و بالتالي G منتصف $[IB]$

2) (E_1) هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها $R=\dfrac{AC}{4}$

3) أ) لاحظ أن : $\vec{NA}-2\vec{NB}+\vec{NC}=\vec{BA}+\vec{BC}$ للتحقق نعوض النقطة N بالنقطة B

ب) المجموعة (E_2) هي الدائرة مركزها G و تشمل النقطة B

84 : 1) المجموعة (Δ) هي محور القطعة $[G_1G_2]$ حيث : $G_1=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$ وَ $G_2=\{(D;4)(E,-1)\}$

2) لاحظ أن : $\vec{MD}-\vec{ME}=\vec{ED}$ و باعتبار $G_3=\{(A,1)(B,-1)(C,1)\}$ المجموعة (Γ) هي الدائرة التي مركزها

النقطة G_3 و نصف قطرها ED

85 : 1) $J=\{(A,3)(B,-2)(C,4)\}$ 2) نبرهن أن : $\vec{AC}=\dfrac{4}{3}\vec{GC}$

3) هي الدائرة مركزها I و نصف قطرها IA

86 : 1) يكون G_k إذا وفقط إذا كان : $k\in IR-\{0\}$ 2) نستعمل علاقة شال و المساواة
: $k\vec{G_kA}-\vec{G_kB}+\vec{G_kC}=\vec{0}$

2) الرباعي $ABCG_1$ متوازي أضلاع لأن : $\vec{AG_1}=\vec{BC}$ 3) هو نصف مستقيم حده G_1 و يوازي (BC)

87 : 1) G_m موجود لأن : $(2m)+(1-m)+(2-m)\neq 0$ من أجل كل عدد حقيقي m

2) $G_1=\{(A,2)(B,0)(C,1)\}$ في الثلث من $[AC]$ قريبا من A

3) $\vec{AG_m}=\dfrac{1-m}{3}\vec{AB}+\dfrac{2-m}{3}\vec{AC}$ 4) نستعمل العلاقة المبرهنة في 3) و علاقة شال

4) مجموعة النقط هي المستقيم الموازي لـ $\vec{AD}$ و يشمل G_1

إحداثيات المرجح

88

: 1) $G=\{(A,2)(B,-3)(C,-5)\}$ و تكون إحداثيي G في المعلم $(A,\vec{AB},\vec{AC})$: $G\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{6}\right)$

ملاحظة : نتناول بنفس الطريقة 2) وَ 3)

89 : 2) $G(1,0)$ 3) ب) بحساب المركبتين السلميتين لـ $\vec{AB}$ وَ $\vec{AC}$ 4) $C=\{(A,-6)(B,1)\}$

90 : 2) $M\left(\dfrac{5}{2},0\right)$ وَ $N(0,5)$ 3) أ) $I\left(\dfrac{3}{2},2\right)$ ب) $\vec{MI}=\dfrac{2}{5}\vec{MN}$ جـ) $I=\{(M,3)(N,2)\}$

91 : 2) $G\left(-\dfrac{2}{3},1\right)$ 3) $H(-5,4)$ 4) ليست في استقامية

92 : 2) $G(-5,6)$ 3) $K\left(\dfrac{3}{5},-\dfrac{14}{5}\right)$ 4) $G=\{(A,-3)(B,-2)(C,4)\}=\{(K,5)(C,4)\}$ أي أن $G\in(KC)$

بالحساب نجد : $\vec{CG}\begin{pmatrix}-7\\11\end{pmatrix}$ وَ $\vec{CK}\begin{pmatrix}-\frac{7}{5}\\ \frac{11}{5}\end{pmatrix}$ و منه : $\vec{CG}=\dfrac{1}{5}\vec{CK}$

93 : 1) لأن : $3+7\neq 0$ 2) $\overrightarrow{OG}=\frac{3}{10}\overrightarrow{OA}+\frac{7}{10}\overrightarrow{OB}$ 3) $G\begin{pmatrix}10\\ -\frac{4}{4}\end{pmatrix}$

94 : 2) $G(5,-6)$ 3) يمر المستقيم (BG) بمبدأ المعلم O إذا وفقط إذا كان : $\overrightarrow{OB}//\overrightarrow{OG}$

95 : 2) $H(2,6)$ 3) $G\left(2,\frac{13}{3}\right)$ 4) بفرض : $x+1\neq 0$ و نحل الجملة : $\begin{cases}\frac{2-x}{1+x}=1\\ \frac{1+5x}{1+x}=\frac{5}{2}\end{cases}$ وَ x غير موجود

96 : 1) $BCDE$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{ED}$ أي $E(4,-1)$ 2) $G\left(\frac{5}{3},-\frac{1}{3}\right)$

3) لدينا : $L=\{(B,1)(C,1)(D,1)(E,1)\}$ و منه : $L(1,-2)$ و نبرهن أن : $\overrightarrow{LA}=3\overrightarrow{LG}$

4) أ) استعمل خواص الجمع الشعاعي في الهندسة التحليلية وَ G هو مركز ثقل المثلث ABD

5) نكتب : $G=\{(A,2)\{(B,1)(C,1)\}\{(D,1)(E,1)\}\}=\{(A,2)(I,2)(J,2)\}=\{(A,1)(I,1)(J,1)\}$

97 : 1) $B'(4,2)$ وَ $K(2,1)$ 2) $(a,b)=\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$ 3) $J\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$ 4) لاحظ أن $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{IJ}$

مركز العطالة

98 : نكتب : $100\overrightarrow{GA}+x\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ و نلاحظ أن : $\overrightarrow{GB}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AG}$ نجد : $M_B=40g$

99 : $G=\{(H,1)(H',1)(O,16)\}=\{(I,2)(O,16)\}=\{(I,1)(O,8)\}$ حيث : I منتصف $[HH']$ و ننشئه باستخدام المساواة : $\overrightarrow{IG}=\frac{8}{9}\overrightarrow{IO}$ و لحساب المسافة OG نلاحظ أن $OI=OH\cdot\sin(52,5°)$ وَ $OG=\frac{1}{9}OI$

100 : نعتبر في المعلم $(A,\vec{i},\vec{j})$ النقط : $A(0,0),B(0,18),C(13,18),D(25,0)$ و نحسب إحداثيي مركز المسافات المتساوية لهذه النقط

101 : الطريقة الأولى :

1) مركز عطالة الصفيحة $IBCD$ وَ H مركز عطالة الصفيحة $AIEF$ و بالتالي مركز عطالة الصفيحة $ABCDEF$ هو مركز عطالة O وَ H إذن $G\in(OH)$

2) بنفس الطريقة لكن نعتبر المستطيلين $ABCJ$ وَ $JDEF$ نبرهن أن $G\in(O'H')$ استخلص

الطريقة الثانية :

$G=\{(O,2)(H,3)\}$ لأن مساحة المستطيل $IBCD$ هي 2 وَ مساحة المستطيل $AIEF$ هي 3

في المعلم $(A,\vec{I},\vec{J})$ لدينا : $H\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ وَ $O\left(2,\frac{1}{2}\right)$ و بالتالي : $G\left(\frac{11}{10},\frac{11}{10}\right)$

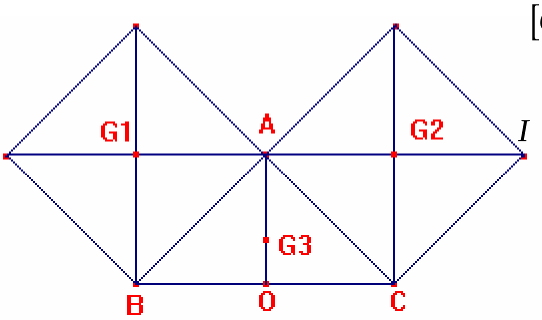
102 : الطريقة 1 : نعتبر O_1 مركز المستطيل $ABCI$ وَ O_2 مركز المستطيل $IDEF$ و مركز عطالة الصفيحة هو $G=\{(O_1,2)(O_2,4)\}=\{(O_1,1)(O_2,2)\}$ و هناك طرق أخرى

103 :: نحسب إحداثيي مرجح الجملة : $\{K_{300}(5,5),L_{600}(15,5),J_{100}(10,15)\}$

104 2) $I\in(OA)$ لأن : A هو منتصف $[G_1G_2]$ و G_3 ينتمي إلى (OA)

3) لاحظ أن : $I=\{(G_1,36)(G_2,36)(G_3,18)\}$

4) $OI=\frac{14\sqrt{2}}{3}$



105 : ا) نعتبر مركز ثقل المثلث ABI حيث I منتصف $[AC]$ المثقل بالمعامل 3 و مركز ثقل المثلث CID المثقل بالمعامل 1

ب) هو مركز ثقل مراكز ثقل المثلثات OAB, OAD, ODC

جـ) هو مرجح الجملة $\{(O_1,1)(O_2,4)\}$ حيث O_1 مركز الدائرة ذات أصغر نصف قطر

د) نعتبر الخمس مستطيلات الأفقية المثقل بالمعامل 5 و مركز الثلاث مستطيلات الأخرى المثقلة بـ 3

106 : يمكن إعتبار مراكز الثلاث مربعات التي تقايس المربع المنزوع المثقلة بنفس المعامل

أو إعتبار مركز أحد المربعات المثقل 1 و المستطيل (إتحاد مربعين) المثقل 2

مـــــسائل

109 : 1) الشعاعان $\vec{PB}$ وَ $\vec{PC}$ مرتبطان خطيا إذن يوجد عدد حقيقي p بحيث : $\vec{PB} = p\vec{PC}$ إذن :

$P = \{(B,1)(C,-p)\}$ و بنفس الطريقة بالنسبة لـ Q وَ R

2) نستعمل السؤال السابق لإثبات أن : $P\begin{pmatrix} \frac{1}{p-1} \\ \frac{p}{p-1} \end{pmatrix}$ ، $Q\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{1-q} \end{pmatrix}$ $R\begin{pmatrix} \frac{r}{r-1} \\ 0 \end{pmatrix}$

3) نستعمل $\vec{PQ} // \vec{PR}$

4) $\vec{PC} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

110 : 2) لاحظ أن G هو نقطة تقاطع المتوسطين في المثلث ABC إذن G هو مركز ثقله

3) ب) نكتب : $K = \{(A,1)(B,1)(C,1)(C,-2)\} = \{(G,3)(C,-2)\}$

4) أ) من العلاقة (1) و باستعمال علاقة شال نجد : $\vec{AD} + 3\vec{AG} - 2\vec{AC} = \vec{0}$

ب) نكتب : $A = \{(D,1)(G,3)(C,-2)\} = \{(D,1)(K,1)\}$

5) المجموعة (E) هي محور القطعة $[AI]$

6) أ) I_m موجود إذا و فقط إذا كان : $m \in IR - \{-1\}$ ب) نكتب : $I_m = \{(D,m)(K,1)\}$ و العلاقة

الشعاعية : $m\vec{I_mD} + \vec{I_mK} = \vec{0}$ و علاقة شال

جـ) الدالة متناقصة تماما على مجموعة تعريفها

د) و المحل الهندسي للنقطة I_m هو المستقيم (AD) بإستثناء D

111 : 1) المحل الهندسي للنقطة G_m هو المستقيم Δ الذي يشمل A و يوازي $\vec{BC}$

3) في المعلم $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$ النقطة I هي تقاطع (BG_m) وَ محور التراتيب و يمكن لذلك تعيين معادلة

المستقيم (BG_m) و نفس الشيء بالنسبة للنقطة J (لكن مع محور الفواصل)

و للبرهان على أن النقط J, I, O في استقامية نعبر عن $\vec{OJ}$ بدلالة $\vec{OI}$

112 : 1) لأجل $k = -1$

أ) $\vec{MM'} = 2\vec{IA}$ ب) التحويل هو إنسحاب شعاعه $2\vec{IA}$

2) لأجل : $k = 2$ جـ) نكتب : $G = \{(A,2)(B,-1)(C,2)\} = \{(J,1)(B,-1)\}$ و بالتالي $G \in (BJ)$

د) $\vec{GM'} = -2\vec{GM}$ هـ) التحويل هو تحاكي مركزه G و نسبته (2 -)

3) أ) المجموعة (E_1) هي الدائرة التي قطرها $[B'C']$ حيث B', C' صورتا B, C بالإنسحاب

ب) المجموعة (E_2) هي الدائرة التي قطرها $[B''C'']$ حيث B', C' صورتا B, C بالتحاكي

113 : 1) بالتبادل الداخلي $I\hat{A}C = A\hat{C}D$ وَ $C\hat{D}A = I\hat{A}B$ استخلص

و باستخدام مبرهنة طاليس يمكن أن نكتب : $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AD}$ لكن : $AD = AC$ و منه النتيجة

2) من المساواة : $\frac{IB}{IC}=\frac{AB}{AC}$ يمكن أن نكتب : $b\overrightarrow{IB}=c\overrightarrow{CI}$ و بالتالي : $I=\{(B,b)(C,c)\}$

3) $a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+c\overrightarrow{OC}=a\overrightarrow{OA}+\left(b\overrightarrow{OI}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{OI}+c\overrightarrow{IC}\right)=a\overrightarrow{OA}+(b+c)\overrightarrow{OI}$ لأن :

$I=\{(B,b)(C,c)\}$

و بما أن : $O=\{(A,a)(B,b)(C,c)\}$ فإن : $a\overrightarrow{OA}+(b+c)\overrightarrow{OI}=\vec{0}$ و بالتالي : $O\in(AI)$

و بطريقة مماثلة نبرهن أ ن : $O\in(CK)$ وَ $O\in(BJ)$

114 : I - 1) أ) وَ ب) لاحظ أن : مساحة ($AA'B$) = $\frac{1}{2}hA'B=\frac{1}{2}dAB$

وَ أن : مساحة ($AA'C$) = $\frac{1}{2}hA'C=\frac{1}{2}dAC$ و بالتالي : $\frac{h}{d}=\frac{AB}{A'B}=\frac{AC}{A'C}$

و بالتالي : $A'=\{(B,b)(C,c)\}$

2) نتناول بنفس الطريقة

3) نعتبر العبارة الشعاعية : $a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}$ و نكتبها على ثلاثة طرق كما في التمرين 113

II 1) أ) لاحظ أن : $tg\,b=\frac{AK}{BK}$ وَ $tg\,g=\frac{AK}{KC}$ و بالتالي $\frac{KB}{KC}=\frac{tg\,g}{tg\,b}$

ب) بجداء الوسطين و الطرفين نجد (استعمل الأشعة مع مراعاة التوجيه) نجد : $K=\{(C,tg\,g)(B,tg\,b)\}$

جـ) نتناول بنفس الطريقة

د) انظر الفرع I

115 : I - يطلب دراسة تغيرات الدالة f

II 1) أ) المحل الهندسي للنقطة K هي القطعة المستقيمة $[AA']$ حيث $A'(4,8)$

المحل الهندسي للنقطة L هي القطعة المستقيمة $[OO']$ حيث $O'(0,8)$

ب) G_1 ثابتة لأن : $G_1\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3}\right)$ وبما أن : $G_2\left(\frac{4}{3},\frac{8-k}{3}\right)$ فإن G_2 تتغير على المستقيم الذي

معادلته : $x=\frac{4}{3}$

2) مساحة (AKL) = $2k$ وَ مساحة (OAL) = $2(8-k)$

3) أ) لأجل ذلك نحسب إحداثيي النقطتين G_1 وَ G_2 ثم نحسب إحداثيي G مرجح النقطتين G_1 وَ G_2

المثقلتين بالعددين $2k$ وَ $2(8-k)$ على الترتيب

ب) نتحقق أن إحداثيي النقطة G تحقق معادلة الدالة f

ومجموعة النقط G هي النقط من منحني الدالة f و التي فواصل إحداثيها من المجال $[0,8]$