

المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة

- ◀ وصف ظاهرة بواسطة متتالية
- ◀ التعرف على اتجاه تغير متتالية.
- ◀ التعرف على متتالية حسابية (هندسية)
- ◀ حساب الحد العام لمتتالية حسابية (هندسية)
- ◀ حساب مجموع P حدا متعاقبة
- ◀ حساب نهاية متتالية عددية .

الأنشطة

نشاط 1 :

الهدف : تعريف متتالية بعدها العام .

$$u_6 = 6 \times 5 = 30 , u_5 = 5 \times 5 = 25$$

$$u_8 = 8 \times 5 = 40 , u_7 = 7 \times 5 = 35$$

$$u_{120} = 120 \times 5 = 600 , u_{18} = 18 \times 5 = 90$$

$$u_n = 5n$$

نشاط 2 :

الهدف : تعريف متتالية بعلاقة تراجعية .

$$u_8 = 28 , u_7 = 21 , u_6 = 15 , u_5 = 10$$

$$u_{n+1} = u_n + n - 1$$

$$u_{13} = u_8 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 28 + 50 = 78$$

نشاط 3 :

الهدف : حساب الحدود باستعمال العلاقة التراجعية .

$$u_1 = 5 , u_0 = 1 , u_{n+1} = u_n + 4$$

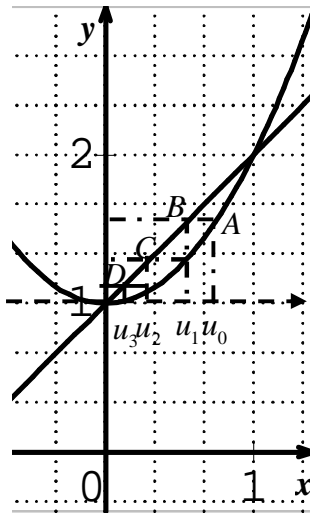
$$u_4 = 714029 , u_3 = 885 , u_2 = 29$$

$$u_{n+1} = u_n + 4$$

نشاط 4 :

الهدف : تمثيل الحدود واتجاه تغير متتالية .

(1) الرسم



إحداثيات نقطتا التقاطع هي :

$$(0;1) ; (1;2)$$

(2) في المعلم $(O'; i; j)$

$$y = x^2 : (C_g)$$

$$y = x : (\Delta)$$

$$f(x) = x^2 \text{ ومنه } f(u_n) = u_n^2$$

$$u_1 = f(u_0) \text{ لدينا } (3)$$

ومنه ترتيب A هو u_1 هو

كذلك ترتيب B وبما أن

$$B \in (\Delta) \text{ فإن } B(u_1; u_1)$$

(4) بما أن $u_0 \in [0;1]$ فإن كل الحدود u_n تنتمي إلى $[0;1]$

ومنه : $0 < u_n^2 < u_n < 1$ وبالتالي $u_{n+1} < u_n$ إذن الدالة u

متناقصة تماما . بينما الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$

نشاط 5 :

الهدف : المقارنة بين متتالية حسابية ومتتالية هندسية.

$$u_3 = 12100 , u_2 = u_1 + \frac{1}{10}u_1 = 11000$$

$$u_6 = 16105,1 , u_5 = 14641 , u_4 = 13310$$

$$u_7 = 17715,61 ,$$

$$u_{n+1} = 1,1 u_n$$

$$v_3 = 12400 , v_2 = v_1 + 1200 = 11200$$

$$v_6 = 16000 , v_5 = 14800 , v_4 = 13600$$

$$v_7 = 17200$$

$$v_{n+1} = v_n + 1200$$

(3) العقد الأول (مرتبة u_n) أكثر فائدة

الأعمال الموجهة

الوسط الحسابي :

الهدف : استغلال الوسط الحسابي لاختصار الحسابات :

(1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$$u_{n+1} = u_n + r \text{ ومنه } u_{n-1} = u_n - r$$

وبالتالي $u_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n$ (الجمع طرف بطرف).

$$a + c = 2b \text{ نفس الطريقة}$$

تطبيق :

بتطبيق الوسط الحسابي نجد $b = 5$.

ومنه $a = 2$ و $c = 8$.

أو $a = 8$ و $c = 2$.

الوسط الهندسي :

الهدف : استغلال الوسط الهندسي لاختصار الحسابات :

(1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$$u_{n+1} = u_n \times r \text{ ومنه } u_{n-1} = u_n / r$$

وبالتالي $u_{n+1} \times u_{n-1} = u_n^2$ (الضرب طرف بطرف).

$$ac = b^2 \text{ نفس الطريقة}$$

تطبيق :

بتطبيق الوسط الهندسي نجد $b = 6$.

ومنه $a = 2$ و $c = 18$.

أو $a = 18$ و $c = 2$.

نهاية مجموع حدود متتالية هندسية :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = u_0 \text{ و } S_n = u_0 \text{ } q = 0$$

$$S_n = (n+1)u_0 \text{ أي } S_n = u_0 + u_0 + \dots + u_0 \text{ } q = 1$$

و منه إذا كان $u_0 > 0$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

إذا كان $u_0 < 0$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$

$$S_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \text{ } q \neq 1 \text{ و } q \neq 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty \text{ } u_0 > 0 \text{ و } q > 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty \text{ } u_0 < 0 \text{ و } q > 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^{n+1} = 0 \text{ لأن } \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{u_0}{1 - q} \text{ } -1 < q < 1$$

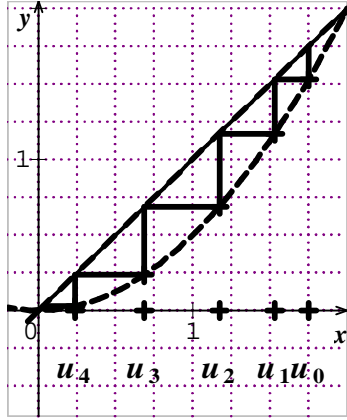
نهاية S_n غير موجودة $q \leq -1$

تطبيق :

الحالة $q = 0$ غير واردة

على المجال $]0, 2[$ $0 \leq \frac{1}{2}x^2 < x \leq 2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$



(5) الرسم يوحى باتجاه تغيرات المتتالية و هي متناقصة

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n^2 - u_n \quad (6)$$

من السؤالين الأول و الثاني نستنتج أن المتتالية (u_n)

متناقصة على ط ..

من دراسة الدالة f يتبين أن (u_n) و f ليس لهما نفس

اتجاه التغير .

الجزء الثاني : $a = 4$

$$(1) \quad x > 2 \quad \text{و منه} \quad x^2 > 4 \quad \text{و منه} \quad \frac{1}{2}x^2 > 2$$

$$\text{أي} \quad f(x) > 2$$

بما أن $u_0 > 2$ فإن $u_1 > 2$ و منه $u_2 > 2$ وهكذا حتى

$$u_n > 2$$

(2)

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n^2 - u_n$$

$$= \frac{1}{2}u_n(u_n - 2)$$

و منه نستنتج أن (u_n) متزايدة على ط .

الجزء الثالث : نفرض $a = 2$

$$(1) \quad f(2) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

(2) من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n = 2$ و منه المتتالية

(u_n) ثابتة على ط

من أجل $a = 2 : q = 1$

و $S_n = 3(n+1)$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

من أجل $0 < a < 2 : q > 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

من أجل $-2 \leq a < 0 : q \leq -1$ نهاية S_n غير موجودة

من أجل $a < -2$ أو $a > 2 : -1 < q < 1$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{3a}{a-2}$$

متتالية غير رتيبة:

$$(1) \quad u_{n+1} - u_n = (-2)^{n+1} - (-2)^n$$

$$u_{n+1} - u_n = (-2)^n(-2) - (-2)^n$$

$$= (-2)^n(-3)$$

(2) إذا كان n زوجي $u_{n+1} - u_n < 0$

إذا كان n فردي $u_{n+1} - u_n > 0$

(3) (u_n) ليست رتيبة

تطبيق:

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$$u_n = (3) \left(-\frac{3}{2} \right)^n$$

$$u_{n+1} - u_n = 3 \left(-\frac{3}{2} \right)^{n+1} - 3 \left(-\frac{3}{2} \right)^n$$

$$= 3 \left(-\frac{3}{2} \right)^n \left(-\frac{3}{2} - 1 \right)$$

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{2} \left(-\frac{3}{2} \right)^n$$

و الإشارة ليست ثابتة ، إذا (u_n) ليست رتيبة

دراسة متتالية تراجعية:

$u_0 = a$ ($a \in \mathbb{I}$) ، و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2$$

الجزء الأول : $a = \frac{7}{4}$

(1)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$\frac{1}{2}x^2 - x$	$+$	0	$-$	$+$

(2) على المجال $]0, 2[$ $\frac{1}{2}x^2 - x < 0$ و منه

على المجال $]0, 2[$ $\frac{1}{2}x^2 < x$ و بالتالي

تمارين

1 الحد الأول للمتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد

طبيعي n بالعلاقة $u_n = \frac{1-n^2}{1+n^2}$ ، هو $u_0 = 1$ ومنه

الحد الخامس هو $u_4 = \frac{-15}{17}$ وبالتالي الجواب خطأ .

2 صحيح المتتالية متزايدة . لأن من أجل كل عدد طبيعي

$$u_{n+1} - u_n = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n = 2^n(n+2) : n$$

ومنه $u_{n+1} - u_n > 0$.

3 صحيح لأن من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = 2n+1 : n$$

المتتالية (u_n) متزايدة تماماً إذن هي رتيبة .

4 صحيح لأنه إذا كان u_0 موجب تماماً فإن كل حدود

المتتالية الهندسية (u_n) تكون موجبة تماماً وبالتالي من

أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} = 4u_n$ معناه أن

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = 4 \text{ ومنه } \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$$

5 $u_{n+1} = u_n - 3$ معناه $u_{n+1} - u_n = -3$ ومنه من

أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} - u_n < 0$ إذن صحيح .

6 من أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} = u_n + r$

و $u_{n+1} = qu_n$ ومنه $u_n + r = qu_n$ بوضع $u_n = x$

يصبح لدينا من أجل كل عدد حقيقي $x : x + r = qx$ معناه

$q = 1$ و $r = 0$ إذن (u_n) متتالية ثابتة وأجب بصحيحة .

7 خطأ لأن إذا قبلت متتالية نهاية فإنها تكون وحيدة .

8 لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، $AC = AB + r$ ،

$$BC = AB + 2r \text{ نضع } AB = a$$

إذن : $(a+2r)^2 = a^2 + (a+r)^2$ ومنه :

$$a^2 + 4ar + 4r^2 = a^2 + a^2 + 2ar + r^2$$

$$3r^2 + 2ar - a^2 = 0 \text{ ومنه } r = -a : \Delta' = 4a^2$$

$$r = \frac{a}{3} \text{ نستبعد } r = -a \text{ لأنه في هذه الحالة } AC = 0$$

وكذلك $BC = -a$ الطول سالب وبالتالي أجب بصحيح

9 خطأ لأن $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 3u_n$ معناه

$$u_0 q^n q^2 = u_0 q^n (4q - 3)$$

فإن $q^2 = 4q - 3$ وبالتالي : $q^2 - 4q + 3 = 0$ ومنه :

$$(q-1)(q-3) = 0 \text{ أي : } q = 1 \text{ أو } q = 3$$

10 صحيح لأن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1} - u_n = a \text{ عدد حقيقي ثابت إذن } (u_n) \text{ هي}$$

متتالية حسابية أساسها a (يمكن $a = 0$) .

11 لدينا $u_1 = u_0$ و $u_1 = 0$ وبما أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = (1-n)u_n \text{ فإن } u_n = 0 \text{ وبالتالي } (u_n) \text{ متتالية}$$

معدومة وهي هندسية أساسها أي عدد حقيقي إذن صحيح .

12 خطأ لأنه لا يمكن الحكم على (v_n) أنها هندسية من

الحددين v_1 و v_2 فقط .

$$3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 203 = 5160 \quad 13$$

هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية (u_n) معرفة على

$$\mathbb{N} : u_n = 4n + 3 \text{ إذن } u_0 = 3 , u_{50} = 203 \text{ ومنه :}$$

$$\frac{51}{2}(u_0 + u_{50}) = 51 \times 103 = 5253 \text{ إذن الإجابة خطأ}$$

$$263 \bullet 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 128 \text{ هو مجموع حدود}$$

متتابعة لمتتالية هندسية (v_n) معرفة على $\mathbb{N} : v_n = 2^n$

$$\text{إذن } v_7 = 2^7 = 128 , v_0 = 1 \text{ ومنه}$$

$$255 = \frac{2^8 - 1}{2 - 1} = \frac{q^8 - 1}{q - 1} \text{ إذن الإجابة خطأ .}$$

$$14 \text{ لدينا } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ وبالتالي}$$

الاقتراحين الأول والثاني خاطئين .

$$\text{لدينا : } u_{n+1} - u_n = f(n+1) - f(n) = -\frac{3}{4}(2n+1)$$

الفرق $u_{n+1} - u_n$ ليس ثابتاً إذن (u_n) ليست حسابية .

$$f'(x) = -\frac{3}{2}x \text{ من أجل كل } x \text{ موجب ، } f'(x) \leq 0 \text{ إذن}$$

f متناقصة ومنه (u_n) متناقصة والاقتراح 4 صحيح

$$15 \quad u_1 = \frac{9}{5} , u_2 = \frac{57}{50} , u_3 = \frac{317}{375}$$

$$0,63 ; \frac{u_2}{u_1} = \frac{57}{90} ; 0,74 ; \frac{u_3}{u_2} = \frac{634}{855} \text{ ليست هندسية}$$

$$-0,66 ; u_2 - u_1 = -0,3 ; u_3 - u_2 \text{ ليست حسابية}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} + \left(\frac{4}{5}\right)^n = 0 \text{ وبالتالي الاقتراحات}$$

الأول والثاني والرابع خاطئة . بينما الاقتراح الثالث صحيح

$$\text{لأن } u_{n+1} - u_n = -\left[\frac{1}{n+1} + \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n\right] \text{ إذن من أجل كل عدد}$$

طبيعي غير معدوم $n : u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه المتتالية

(u_n) متناقصة .

$$16 \text{ لدينا } -2 \leq 1 \leq 2 \text{ ومنه } -\frac{2}{n} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{2}{n} \text{ إذن}$$

$$4 - \frac{2}{n} \leq 4 + \frac{1}{n} \leq 4 + \frac{2}{n} \text{ ، إذن يمكن أخذ } \frac{1}{n}$$

الاقتراحان الأول والثاني خاطئان .

$$\text{من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n : \frac{2}{n} < 4 \text{ ومنه :}$$

$$u_1 = \cos\left(\frac{12-p}{4}\right), u_0 = \cos\left(-\frac{p}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$u_2; 0,48, u_2 = \cos\left(\frac{24-p}{4}\right); u_1; -0,6$$

$$u_3; -0,35, u_3 = \cos\left(\frac{36-p}{4}\right)$$

21 $(x-1)^2 \circ 1$ $f: x \rightarrow [0; +\infty[$ معرفة على $[-2; +\infty[$ ؛

$$u_3 = 3969, u_2 = 64, u_1 = 9$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}; [0; +\infty[$$
 معرفة على $f: x \rightarrow \sqrt{x+1} \circ 2$

$$u_3 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}}+1}+1}, u_2 = \sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}}+1}$$

$$\frac{2x}{x+1} \circ 3$$

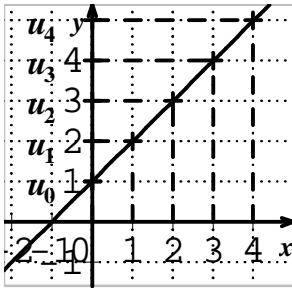
$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على

$$u_3 = \frac{32}{29}, u_2 = \frac{16}{13}, u_1 = \frac{8}{5}$$

$$u_1 = 15; i$$

$$f: x \rightarrow x^2 - 2x$$

$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على



$$u_n = n + 1 \circ 1$$

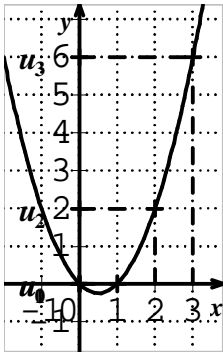
$$u_1 = 2, u_0 = 1$$

$$u_3 = 4, u_2 = 3$$

نعتبر الدالة f حيث

$$f(x) = x + 1$$

$$u_n = f(n)$$



$$u_n = n^2 - n \circ 2$$

$$u_1 = 0, u_0 = 0$$

$$u_3 = 6, u_2 = 2$$

نعتبر الدالة f حيث

$$f(x) = x^2 - x$$

$$u_n = f(n)$$

$$u_n = \sqrt{n} \circ 3$$

$$u_1 = 0, u_0 = 0$$

$$u_3 = \sqrt{3}, u_2 = \sqrt{2}$$

نعتبر الدالة f حيث:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$u_n = f(n)$$

$$u_3 = -13, u_2 = -5, u_1 = -1 \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases} \circ 4$$

لتكن الدالة f حيث: $f(x) = 2x - 3$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

$$4 - \frac{2}{n} > 0 \text{ إذن } u_n > 0 \text{ والاقتراح الثالث صحيح.}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4 \text{ إذن } \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 - \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 + \frac{2}{n} = 4$$

ومنه (u_n) متقاربة إذن الاقتراح الرابع صحيح كذلك.

17 بوضع u_n السعر للبضاعة خلال سنة n ، $u_0 = P$

لدينا $u_{n+1} = u_n + 0.05u_n$ ومنه $u_{n+1} = 1.05u_n$ نحصل

على متتالية هندسية أساسها 1,05 ومنه: $u_n = P(1,05)^n$

بالآلة الحاسبة لدينا: 1.6 ; $(1,05)^{10}$ ؛

$$2.08 ; (1,05)^{15} ; 1.9799 ; (1,05)^{14}$$

إذن $u_n \geq 2P$ إذا كان $n \geq 15$ إذن الاقتراح (2) صحيح .

$$u_n = \frac{3^{n+2}}{4^{n-2}} \text{ معناه } u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \times 9 \times 16 \text{ أي } u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$u_n = 144 \left(\frac{3}{4}\right)^n \text{ إذن } (u_n) \text{ هندسية أساسها } \frac{3}{4} \text{ وحدها}$$

الأول $u_0 = 144$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ أي متقاربة ولكن متناقصة

. إذن : الاقتراحان الأول والثالث صحيحان والاقتراحان

الثاني والرابع خاطئان.

19 الاقتراح الأول صحيح ، عبارة الحد العام لمتتالية

هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q .

$$u_n = \frac{u_0^2}{u_0 - 1} \text{ أي } u_n = u_0 + \frac{u_n}{u_0} \text{ معناه } u_n = u_0 + q^n$$

إذن الاقتراح الثاني يكون صحيح في حالة خاصة فقط وهي

عندما يكون $q = 1$ و $u_0 \neq 1$

الاقتراحان الثالث والرابع صحيحان في حالة $q = 1$ فقط .

$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على $u_n = 3n - 4 \circ 1$

$$f(x) = 3x - 4, u_1 = -1, u_0 = -4$$

$$u_3 = 5, u_2 = 2$$

$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على $u_n = \frac{n-2}{n+2} \circ 2$

$$f(x) = \frac{x-2}{x+2}, u_2 = 0, u_1 = -\frac{1}{3}, u_0 = -1$$

$$u_3 = \frac{1}{5}$$

$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على $u_n = n^2 - \sqrt{n} \circ 3$

$$f(x) = x^2 - \sqrt{x}, u_1 = 0, u_0 = 0$$

$$u_3 = 9 - \sqrt{3}, u_2 = 4 - \sqrt{2}$$

$$f: x \rightarrow [0; +\infty[$$
 معرفة على $u_n = \cos\left(3n - \frac{p}{4}\right) \circ 4$

$$f(x) = \cos\left(3x - \frac{p}{4}\right) : \rightarrow$$

$$u_n - 3 = n(n^2 - 5n + 6) = n(n-2)(n-3) \quad (2)$$

إلى جداء عوامل . $u_n = n^3 - 5n^2 + 6n + 3$

$$u_n = 3 \quad \text{معناه} \quad u_n - 3 = 0 \quad \text{ومعناه} :$$

$$n(n-2)(n-3) = 0 \quad \text{أي: } n = 0 \quad \text{أو} \quad n = 2 \quad \text{أو} \quad n = 3$$

$$(1) \quad u_3 = 10, \quad u_2 = 5, \quad u_1 = -2, \quad u_0 = -5 \quad (27)$$

$$(2) \quad u_3 = 12, \quad u_2 = 10,5, \quad u_1 = 6, \quad u_0 = -1$$

$$(3) \quad u_3 = 12,5, \quad u_2 = 12, \quad u_1 = 10,5, \quad u_0 = 6$$

$$(1) \quad u_3 = 6, \quad u_2 = 5, \quad u_1 = 4 \quad (28)$$

(2) من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + 1$

$$(1) \quad f(x) = \frac{x}{5} + \frac{5}{x} = \frac{x^2 + 25}{5x} \quad (29)$$

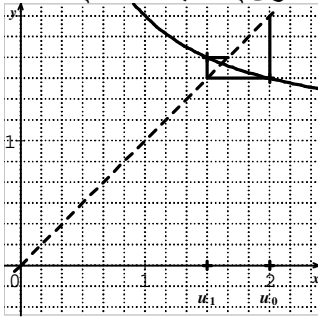
$$(2) \quad f'(x) = \frac{1}{5} - \frac{5}{x^2} = \frac{x^2 - 25}{5x^2} \quad \text{ومنه } f \text{ متناقصة}$$

تماما على $[0; 5]$ ومتزايدة تماما على $[5; +\infty[$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

(4) (u_n) ليست رتيبة .

(5) (u_n) تقبل قيمة حدية صغرى u_∞ حيث $u_\infty = 2$



$$(1) \quad u_1 = 1,5 \quad (30)$$

$$u_3 = 1,6, \quad u_2 = 1,66$$

$$(2) \quad u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n}$$

$$u_4 = 1,625 \quad (3)$$

$$u_5 = 1,615$$

$$u_6 = 1,619$$

$$(1) \quad u_1 = 1 \quad (31) \quad \text{لأنه يوجد مثلث واحد } AB_0B_1$$

لأنه توجد 3 مثلثات هي AB_0B_1 ، AB_0B_2 و AB_1B_2

$$(2) \quad u_{n+1} - u_n = n + 1$$

$$(3) \quad u_5 = 15, \quad u_4 = 10, \quad u_3 = 6$$

$$(4) \quad v_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2} ; \quad v_1 = 1$$

$$v_{n+1} = v_n + n + 1 \quad \text{ومنه} : v_n = u_n$$

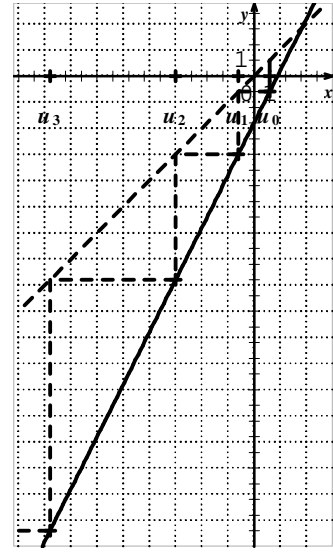
$$(1) \quad u_4 = 16, \quad u_3 = 8, \quad u_2 = 4, \quad u_1 = 2, \quad u_0 = 1 \quad (32)$$

$$(3) \quad u_7 = 99, \quad u_6 = 57, \quad u_5 = 31 \quad (3) \quad u_n = 2^n$$

التخمين خاطأ لأن $2^n \neq 31$

(1) (33)

n	u_n	1419	-63718.9	2001	441678067
0	1	1420	-51166	2002	446113858
1	-998.99	1421	-38477.7	2003	450594016
2	-1998.98	1422	-25652.5	2004	455118987
3	-2998.97	1423	-12689	2005	459689216
4	-3998.96	1424	414.1081	2006	464305159
5	-4998.95	1425	13658.25	2007	468967270



$$(23) \quad \text{الشكل 1 : } u_0 = 2 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = -2u_n + 1$$

$$\text{الشكل 2 : } u_0 = 0 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = 2u_n + 1$$

$$\text{الشكل 3 : } u_0 = 8 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$$

$$(24) \quad u_{n+1} = 4n + 3 ; \quad u_n = 4n - 1$$

$$u_{n^2} = 4n^2 - 1 ; \quad u_{2n} = 8n - 1 ; \quad u_n + 1 = 4n$$

$$u_{2n-1} = 8n - 5 ; \quad u_{2n+1} = 8n + 3$$

$$u_{n+1} = n^2 + 3n - 1 ; \quad u_n = n^2 + n - 3 \quad (2)$$

$$u_{2n} = 4n^2 + 2n - 3 ; \quad u_n + 1 = n^2 + n - 2$$

$$u_{2n+1} = 4n^2 + 5n - 2 ; \quad u_{n^2} = n^4 + n^2 - 3$$

$$u_{2n-1} = 4n^2 - 3n - 2$$

$$(3) \quad u_n + 1 = \frac{2n+1}{n+1} ; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} ; \quad u_n = \frac{n}{n+1}$$

$$u_{2n+1} = \frac{2n+1}{2n+2} ; \quad u_{n^2} = \frac{n^2}{n^2+1} ; \quad u_{2n} = \frac{2n}{2n+1}$$

$$u_{2n-1} = \frac{2n-1}{2n}$$

$$(4) \quad u_{n+1} = \sqrt{n+1} + 1 ; \quad u_n = \sqrt{n} + 1$$

$$u_{n^2} = n + 1 ; \quad u_{2n} = \sqrt{2n} + 1 ; \quad u_n + 1 = \sqrt{n} + 2$$

$$u_{2n-1} = \sqrt{2n-1} + 1 ; \quad u_{2n+1} = \sqrt{2n+1} + 1$$

$$(25) \quad u_{n+1} = 2^{3(n+1)} = (2^3)^{n+1} = 8^{n+1} ; \quad u_n = 2^{3n}$$

$$u_{2n} = 2^{6n} = (2^6)^n = 64^n$$

$$u_{2n-1} = 2^{3(2n-1)} = 2^{6n-3} = 2^{6n} \times 2^{-3} = \frac{64^n}{8}$$

$$u_{n^2} = 2^{3n^2} = (2^3)^{n^2} = 8^{n^2}$$

$$(1) \quad u_2 = 3 ; \quad u_1 = 5 ; \quad u_0 = 3 \quad (26)$$

(u_n) متتالية غير ثابتة .

(2)

$$u_{n+1} - u_n = 1,01^{n+1} - 1000(n+1) - 1,01^n + 1000n$$

$$u_{n+1} - u_n = 0,01 \left(1,01^n - \frac{1000}{0,01} \right)$$

لدينا $-0,39$; $u_{1157} - u_{1158}$ و $9,6$; $u_{1158} - u_{1159}$ ومنه $n_0 = 1158$ ونلاحظه كذلك من الجدول .

$$34 \quad u_n = -2n + 3 \text{ المتتالية } (u_n) \text{ متناقصة تماما.}$$

$$35 \quad u_n = \frac{2-4n}{n+2} \text{ الدالة } a: x \rightarrow \frac{2-4x}{x+2} \text{ متناقصة}$$

تماما على $[0; +\infty[$ إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

$$36 \quad u_n = (n-5)^2 \text{ المتتالية } (u_n) \text{ غير رتيبة تكون متناقصة تماما من أجل } 0 \leq n \leq 5 \text{ ومتزايدة تماما من أجل } n \geq 5$$

$$37 \quad u_n = \frac{3^{2n}}{2^{2n}} \text{ كل الحدود موجبة تماما و } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ ومنه إذن المتتالية } (u_n) \text{ متزايدة تماما .}$$

$$38 \quad u_n = \frac{n^2 + 1}{2n} \text{ الدالة } a: x \rightarrow \frac{x^2 + 1}{2x} \text{ متزايدة}$$

تماما على $[1; +\infty[$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

$$39 \quad u_{n+1} - u_n = 2n \text{ و } n \in \mathbb{N} \text{ إذن } (u_n) \text{ متزايدة تماما.}$$

$$40 \quad u_n = \left(-\frac{2}{3} \right)^{2n} = \left(\frac{2}{3} \right)^{2n} \text{ ونجد } 0 < \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \text{ و } (u_n) \text{ متناقصة تماما.}$$

$$41 \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{3} \text{ ومنه } \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \text{ وكل الحدود سالبة إذن}$$

$$u_{n+1} > u_n \text{ ومنه } (u_n) \text{ متزايدة تماما.}$$

$$42 \quad (u_n) \text{ ليست رتيبة .}$$

$$43 \quad v_{n+1} - v_n = 2n - 11 ; v_6 = -41$$

من أجل $n \geq 6$; $2n - 11 > 0$ إذن (v_n) متزايدة تماما.

$$44 \quad f \text{ متزايدة تماما على }]-\infty; 0] \text{ و } [10; +\infty[,$$

ومتناقصة تماما على $[0; 10]$.

(2) ابتداء من الدليل 10 ، (u_n) متزايدة تماما.

$$45 \quad 13,5 ; 5,4 ; 2,25 ; 1 ; 0,5$$

$$(2) \quad 3^n > 0 \text{ و } n+2 > 0 \text{ إذن } u_n > 0$$

$$(3) \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{2n+3}{n+3} \text{ ومنه من أجل كل عدد طبيعي } n ;$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 > 0$$

$$(4) \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ وكما الحدود موجبة إذن } (u_n) \text{ متزايدة تماما .}$$

$$46 \quad (1) \text{ الدالة } f \text{ ليست رتيبة .}$$

$$(2) \quad u_n = n+1$$

$$(3) \quad u_{n+1} - u_n = 1 \text{ ومنه } (u_n) \text{ متزايدة تماما .}$$

$$47 \quad (1) \quad u_1 = 0,5 ; u_2 = 0,166 ; u_3 = 0,083 ; u_4 = 0,05$$

$$(2) \quad u_{n+1} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$(3) \quad u_n = \frac{1}{n(n+1)} \text{ ومنه } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n}{n+2} \text{ ومنه } \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$

$$\text{بما أن } \frac{1}{n} > \frac{1}{n+1} \text{ فإن } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} > 0 \text{ ومنه كل الحدود}$$

موجبة وبالتالي (u_n) متناقصة تماما.

$$48 \quad (1) \text{ من المنحني البياني يلاحظ أن الدالة } f \text{ ليست رتيبة}$$

$$(2) \quad u_n = \frac{2 \sin(2pn)}{2n+1} = 0$$

$$(3) \quad (u_n) \text{ متتالية معدومة إذن هي ثابتة .}$$

TEXAS INSTRUMENTS

n	u(n)
10	.61538
11	.64286
12	.66667
13	.6875
14	.70588
15	.72222
16	.73684

n=10

TEXAS INSTRUMENTS

n	u(n)
0	-.6667
1	-.25
2	0
3	.16667
4	.28571
5	.375
6	.44444

n=0

49

(1)

الحاسبة TI83+ نجد : $u_0 = -0,67$ ، $u_1 = -0,25$ ،

$$u_5 = 0,38 \text{ ، } u_{10} = 0,62 \text{ ، } u_{15} = 0,74$$

$$(2) \quad u_{4n+1} = 1 - \frac{5}{4n+4} \text{ ، } u_{2n} = 1 - \frac{5}{2n+3}$$

$$u_{10^3 n} = 1 - \frac{5}{10^3 n + 3}$$

TEXAS INSTRUMENT

n	u(n)
10	9.9...

n	u(n)
100	19.95

n	u(n)
200	29.9

n	u(n)
300	39.9

n	u(n)
400	49.98

n	u(n)
500	59.97

n	u(n)
600	69.96

n	u(n)
700	79.95

n	u(n)
800	89.94

n	u(n)
900	99.93

n	u(n)
1000	109.92

$$v_1 = 1,5 ; v_2 = 0,83 ; v_3 = -0,37 ; v_4 = -0,46 ;$$

$$v_{20} = -1,35$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} - 3x^2 = -\infty \quad \circ 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3 = -3 \quad \circ 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \sqrt{x}) \left(2 + \frac{3}{x} \right) = -\infty \quad \circ 3$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0 \quad \circ 4$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0 \quad \circ 5$$

ومن أجل كل n من $\mathbb{N} : -1 \leq (-1)^n \leq 1$ ؛ ومنه من أجل

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0 \quad \text{إذن } \frac{-1}{n} \leq \frac{(-1)^n}{n} \leq \frac{1}{n} : \mathbb{N}^* \text{ من كل } n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{3n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3n^2} = 0 \quad \circ 6$$

ومن أجل كل n من $\mathbb{N} : -1 \leq \sin\left(\frac{np}{4}\right) \leq 1$ ؛ ومنه من

$$-\frac{1}{3n^2} \leq \frac{\sin\left(\frac{np}{4}\right)}{3n^2} \leq \frac{1}{3n^2} : \mathbb{N}^* \text{ من كل } n \quad \text{إذن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

$$0 < 0,7 < 1 \quad \text{لأن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \quad \circ 7$$

$$0 < \frac{\sqrt{5}}{4} < 1 \quad \text{لأن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \quad \circ 8$$

$$0 < \frac{1}{3} < 1 \quad \text{لأن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad \circ 9$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \quad \circ 10$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \quad (1) \quad \circ 52$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} \quad (2)$$

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = 3$ ؛ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = -3$ ؛ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها -3 .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = 4n + 5$ ؛ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = 2n + 1$ ؛ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+3} - u_{n+2} = -\frac{4}{5}$ ؛ إذن :

$$(u_n) \text{ متتالية حسابية أساسها } -\frac{4}{5} \text{ وحدها الأول } \frac{3}{5} . u_2 = \frac{3}{5}$$

من أجل كل n من $\mathbb{N}^* : u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+1}$ ؛ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = 2$ ؛ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها 2 .

من أجل كل n من $\mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = -5u_n$ ؛ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

$$u_{100} = u_0 + 100q = 698 \quad ; \quad q = u_1 - u_0 = 7 \quad \circ 61$$

$$q = \frac{u_{15} - u_0}{15} = 4 \quad \text{ومنه } u_{15} = u_0 + 15q \quad \circ 62$$

$$u_{2007} = u_0 + 2007q = 8027$$

$$q = \frac{u_{200} - u_0}{200} = 2,5 = \frac{5}{2} \quad ; \quad u_{200} = u_0 + 200q \quad \circ 63$$

$$u_{100} = u_0 + 100q = 253$$

$$q = \frac{u_{24} - u_7}{17} = 2 \quad ; \quad u_{24} = u_7 + (24 - 7)q \quad \circ 64$$

$$u_0 = u_7 + (0 - 7)q = -15$$

$$u_0 = u_{17} + (0 - 17)q = 1 \quad \circ 65$$

$$u_n = -5n + \frac{3}{2} \quad \circ 2 \quad ; \quad u_n = 4n - 1 \quad \circ 1 \quad \circ 66$$

$$u_n = 10^{-2}n + \frac{45}{2} \quad \circ 4 \quad ; \quad u_n = \frac{5}{4}n + \sqrt{3} \quad \circ 3$$

$$u_0 = -\frac{1}{2} \quad \text{الشكل 1 يمثل متتالية هندسية حدها الأول } \frac{1}{2} \quad \circ 67$$

وأساسها $\frac{3}{2}$. الشكل 2 يمثل متتالية ليست حسابية .

الشكل 3 يمثل متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 3$ وأساسها -1 . الشكل 4 يمثل كذلك متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -1$ وأساسها 2 .

$$n = 53 \quad \text{ونجد } u_n = u_{15} + (n - 15)q \quad \circ 1 \quad \circ 68$$

$$n = \frac{u_n - u_5}{q} + 5 = 15 \quad ; \quad q = \frac{u_{10} - u_5}{10 - 5} = -10 \quad \circ 2$$

$$u_6 = 69 - 9q = \frac{57}{2} \quad ; \quad q = \frac{u_{31} - u_{19}}{31 - 19} = \frac{9}{2} \quad \circ 3$$

$$n = \frac{u_n - u_6}{q} + 6 = 13$$

$$S = \frac{20}{2}(u_{10} + u_{29}) = 1270 \quad ; \quad u_{29} = 111 \quad ; \quad q = 5 \quad \circ 69$$

$$v_0 = -\frac{1}{3} \quad ; \quad v_{n+1} - v_n = -\frac{1}{2} \quad (1) \quad \circ 70$$

79 $u_2 = -80$ ؛ $u_0 = -320$.

80 $u_{100} = \frac{11}{2^{92}}$ ؛ $q = \frac{1}{2}$ ومنه $q^3 = \frac{1}{8}$.

81 $^{\circ}1$ (u_n) متناقصة تماما .

$^{\circ}2$ (u_n) متناقصة تماما . $^{\circ}3$ (u_n) متناقصة تماما .

$^{\circ}4$ (u_n) ليست رتيبة . $^{\circ}5$ (u_n) متناقصة تماما .

$^{\circ}5$ (u_n) ليست رتيبة .

82 $^{\circ}1$ $u_n = -\frac{7^n}{4}$ ؛ $^{\circ}2$ $u_n = 3^{n+1}$ ؛ $^{\circ}3$ $u_n = \frac{\sqrt{2}}{(-2)^n}$

83 لدينا: $2a + ar - ar^2 = 27$ ، $a + ar + ar^2 = 21$.

و $3a + 2ar = 48$ ونجد $a = \frac{48}{3+2r}$ ؛ ومنه

$16 + 16r + 16r^2 = 21 + 14r$ أي :

$16r^2 + 2r - 5 = 0$ ؛ $\Delta' = 81$ ؛ $r' = \frac{-5}{8}$ ؛ $r'' = \frac{1}{2}$ ؛

$r = \frac{-5}{8}$ ، $a = \frac{192}{7}$ ، $b = -\frac{120}{7}$ ، $c = \frac{75}{7}$.

$r = \frac{1}{2}$ ، $a = 12$ ، $b = 6$ ، $c = 3$.

84 $^{\circ}1$ لدينا $a + c = 2b$ ، $ab = c^2$ ، و $a + b + c = 18$

ومنه $b = 6$ ويصبح لدينا $a + c = 12$ و $a = \frac{c^2}{6}$ ونحل

المعادلة $c^2 + 6c - 72 = 0$ ، $c' = -12$ ، $c'' = 6$

الحالة الأولى $(a; b; c) = (24; 6; -12)$

الحالة الثانية $(a; b; c) = (6; 6; 6)$

$^{\circ}2$ الحالة الأولى الأساس 2- والحالة الثانية الأساس 1 .

85 $^{\circ}1$ $0 < r < 1$

$^{\circ}2$ $u_2 = -\frac{1}{2}$ ثم نحل المعادلة $12x^2 + 13x + 3 = 0$ ،

$\Delta = 25$ ، $x' = -\frac{3}{4}$ ، $x'' = -\frac{1}{3}$ وبما أن المتتالية

متزايدة فإن $u_1 = -\frac{3}{4}$ ، $u_2 = -\frac{1}{2}$ ، $u_3 = -\frac{1}{3}$.

$^{\circ}3$ $u_n = -\frac{3}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ (4) $S = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} - \frac{9}{4}$

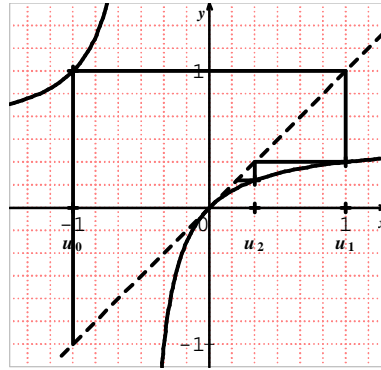
86 $1 + y + y^2 + y^3 = \frac{y^4 - 1}{y - 1} = (y + 1)(y^2 + 1)$

$1 + y + y^2 + y^3 = 0$ معناه $y = -1$ ونجد $x = 0$.

87 $^{\circ}1$ $u_1 = 0$ ، $u_2 = \frac{2}{3}$ ، $u_3 = \frac{10}{11}$.

$^{\circ}2$ $\frac{2}{3} \neq 0 \times q$ و $\frac{10}{11} - \frac{2}{3} \neq \frac{2}{3} - 0$

$^{\circ}2$ $v_n = -\frac{1}{2}n - \frac{1}{3}$ (2) $^{\circ}3$ $u_n = \frac{6n-2}{3n+2}$



71 $^{\circ}1$ التمثيل

$^{\circ}2$ $v_{n+1} - v_n = 2$ ؛

$v_0 = 0$.

$^{\circ}3$ $v_n = 2n$ ؛

$^{\circ}4$ $u_n = \frac{1}{2n-1}$.

$^{\circ}5$ $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ (4)

72 $^{\circ}1$ $u_5 = 16$ ؛ $u_4 = 13$ ؛ $u_3 = 10$ ؛ $u_2 = 7$.

$^{\circ}2$ $u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n = u_1 - u_0 = 3$ ؛ $q = 3$.

$^{\circ}3$ $u_n = 3n + 1$. معناه $u_n = 361$ ، $n = 120$.

$^{\circ}4$ $S = 6n^2 - n$.

73 $^{\circ}1$ $S = \frac{63}{2}(5 + 67) = 2268$.

$^{\circ}2$ $u_n = 2n + 1$ ؛ $S = \frac{51}{2}(1 + 101) = 2601$.

$^{\circ}3$ $S = (17 + 7 - 3 - 13 - 23 - 33 - 43 - 53) + (12 + 2 - 8 - 18 - 28 - 38 - 48)$

$S = 4(17 - 53) + \frac{7}{2}(12 - 48) = -270$

74 $^{\circ}1$ (u_n) هندسية و $r = 3$.

$^{\circ}2$ (u_n) ليست هندسية . $^{\circ}3$ (u_n) هندسية و $r = \frac{4}{3}$.

$^{\circ}4$ (u_n) هندسية و $r = 9$. $^{\circ}5$ (u_n) هندسية و $r = 4$.

$^{\circ}6$ $u_{n+1} = 5u_n + 2n - \frac{1}{2}$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

$^{\circ}7$ (u_n) ليست هندسية . $^{\circ}8$ (u_n) هندسية و $r = \sqrt{2}$.

$^{\circ}9$ $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

$^{\circ}10$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{3}$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

75 الشكل 1 يمثل متتالية هندسية أساسها $-\frac{1}{2}$.

الشكل 2 يمثل متتالية ليست هندسية .

الشكل 3 يمثل متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

76 $u_n = 3 \times 2^n$.

77 $u_n = \frac{5}{2} \times (-3)^n$.

78 $u_5 = 16$ ؛ $u_3 = 4$.

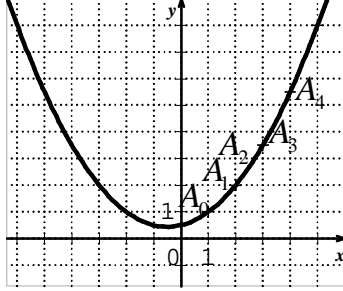
$$v_{14} ; 0,000122 , v_n < 10^{-4} (4$$

$$. n = 15 \text{ ومنه } v_{15} ; 0,000061$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n} = -1 (6 \quad . S_n = 5 - n - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (5$$

94 عدد المرضى لليوم الرابع ، $u_2 = 120$ ، $u_1 = 100$ ، $u_7 = 240$ وعدد كل

المرضى بعد 7 أيام هو $\frac{7 \times 340}{2} = 1190$ وبعد 15 اليوم 3600 .



95 (1) التمثيل .
 (2) بالحساب نجد العبارة
 $n = x_n - 1 (3$
 $y_n = \frac{x_n^2 + x_n + 2}{4}$
 (4) إنشاء (P) .

96 تصحيح : تستقبل في كل سنة 20 تلميذ جديد في السنة الأولى أكثر من السنة الماضية .

متتالية حسابية أساسها 20 وحدها الأول $u_0 = 1500$ ونجد بعد 25 سنة يكون عدد التلاميذ 2000 .

97 لدينا متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5,3$ وأساسها $r = 0,0175$ ونجد في سنة 2000 عدد السكان

$u_{10} = 5,475$ وفي سنة 2007 : $u_{17} = 5,5975$ وفي سنة 2030 : $u_{40} = 6$ مقدرا بالمليار نسمة .

98 باعتبار متتالية حسابية حدها الأول $u_1 = 1$ وأساسها $r = 2$ نجد ثمن الحصان هو $u_{24} = 47$ مقدرا بالدينار .

99 (1) $u_1 = 1$ ؛ $u_2 = 2$ ؛ $u_{10} = 10 \dots$ ؛ $u_n = n (2$ ابتداء من $n = 31$.

100 (1) $R_n = 5\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ؛ $l_n = A\Omega_n = 10\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

(2) $A\Omega_n - R_n = A\Omega_{n+1} + R_{n+1} = 5\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

(3) $u_n = pR_n^2$ أساسها $\frac{1}{9}$.

(4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{225p}{8}$ ؛ $S_n = \frac{225p}{8} \left[1 - \left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}\right]$.

101 (1) $a = aa + b$ ومنه $a = \frac{b}{1-a}$.

(2) $v_{n+1} = u_{n+1} - a = av_n$ الأساس هو a .

(3) $v_n = \frac{-2}{4^n}$ (4) $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 2} = \dots = \frac{1}{4} v_n$.

(5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ومنه $u_n = \frac{-2v_n - 1}{v_n - 1}$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$.

88 (1) $r = \frac{3}{4}$ ، $v_1 = \frac{3}{4}$ ، $v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+1} = \dots = \frac{3}{4} v_n$.

(2) $v_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$ (3) $v_{n+1} - v_n = -\frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ومنه (v_n) متناقصة تماما .

(4) $u_{n+1} - u_n = n \left(\frac{3}{4}\right)^n \frac{-n+3}{4n}$ ومنه ابتداء من الرتبة $n_0 = 3$ تكون (u_n) متناقصة تماما .

89 (1) $a = -4$.

(2) $v_n = 9\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ؛ $v_{n+1} = u_{n+1} + 4 = \dots = \frac{1}{2} v_n$.

$u_n = 9\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$.

(3) $S_2 = S_1 - 4(n+1)$ ؛ $S_1 = -18\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 18$.

90 (1) $u_n = \frac{p}{2^{n-1}}$ ، $u_3 = \frac{p}{4}$ ، $u_2 = \frac{p}{2}$ ، $u_1 = p$.

(2) الطول يساوي $2p \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$.

91 نضع العدد الأول الموجود في السطر n و b_n

العدد الموجود في آخره . لدينا : $b_n = n^2$ ، $b_{n+1} = b_n + 1$ و

$a_n = n^2 - 2n + 2$ ومنه نستنتج $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ و

لدينا $a_n \leq 2007 \leq b_n$.

$2007 \leq n^2 - 2n + 2 \leq 43$ تكافئ $-43 \leq n \leq 45$ و

$n^2 \geq 2007$ تكافئ $n \geq 45$ أو $n \leq -44$ (مع اعتبار n عدد طبيعي) إذن $n = 45$ و $a_{45} = 1937$

رقم العمود هو $1937 - 2007 + 1 = 71$

ولكن حسب المثال لدينا العدد 1 موجود في السطر 0

ومنه العدد 2007 موجود في السطر 44 والعمود 71

عدد الصفحات 63 و رقم الصفحة الملتصقة

مع موالية لها هو 4 .

93 (1) $u_1 = 0$ ، $u_2 = -0,5$ ، $u_3 = -0,75$.

(2) $v_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$. $a = 1$ ؛ $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n + \frac{a-1}{2}$.

(3) (u_n) متناقصة تماما . $u_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$.

$$u_n = (u_0 - a)a^n + a \quad ; \quad v_n = (u_0 - a)a^n \quad (3)$$

$$u_n = \left(u_0 - \frac{b}{1-a}\right)a^n + \frac{b}{1-a}$$

$$h_n = \left(u_0 - \frac{b}{1-a}\right)\left(1 - \frac{1}{a}\right)a^n \quad ; \quad h_n = u_n - u_{n-1} \quad (4)$$

هندسية أساسها a .

$$h_1 + h_2 + \dots + h_n = u_1 - u_0 + u_2 - u_1 + \dots + u_n - u_{n-1}$$

بحذف الحدود المتعاكسة نجد $h_1 + h_2 + \dots + h_n = u_n - u_0$

102 (1) المثلثات متشابهة نبرهن أن الارتفاعات h_n

والأضلاع a_n تحقق : $h_{n+1} = 2h_n$ و $a_{n+1} = 2a_n$ ومنه

$S_{n+1} = 4S_n$ إذن المساحات (S_n) هندسية أساسها 4.

$$(2) \quad \frac{h_n}{3} \text{ هو نصف قطر الدائرة المرسومة في المثلث ذي}$$

الارتفاع h_n والمساحة للقرص المرفق هي $S'_n = \frac{p}{9}h_n^2$

إذن (S'_n) هندسية أساسها 4.

103 تصحيح رقم التمرين غير موجود وبالنسبة للسؤال (1)

بين أن المتتالية (t_n) لمساحات المثلثات هي هندسية ...

(1) المثلثات المتقايسة الأضلاع (اللون الأزرق) متشابهة ،

نضع a_n طول ضلعها و b_n طول ارتفاعها ونبين أن :

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = 2 \quad \text{والمساحة} \quad t_n = \frac{1}{2}a_nb_n \quad \text{إذن المتتالية}$$

(t_n) هندسية أساسها 4 .

$$(2) \quad h_n = t_n + 3k_n \quad \text{حيث} \quad k_n \text{ مساحة المثلث المتساوي}$$

الساقين (اللون الأصفر) ذي القاعدة a_n والارتفاع $\frac{1}{3}b_n$.

ونجد $h_n = a_nb_n$ ومنه (h_n) هندسية أساسها 4 .

المتتالية $\frac{1}{2}a_0b_0$ ، a_0b_0 ، $\frac{1}{2}a_1b_1$ ، a_1b_1 . . . هي

هندسية أساسها 2 .