

أعمال موجهة

تعيين مجموعة نقط باستعمال المرجح.

ABC مثلث من المستوي. α ، β و γ ثلاثة أعداد حقيقية حيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.
ليكن G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب .
الهدف هو تعيين حسب قيم العدد الحقيقي k المجموعة (Γ_k) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\| \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} \| = k$$

1. أكتب الشعاع $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع \overrightarrow{MG} ثم بين أن $MG = \frac{k}{|\alpha + \beta + \gamma|}$.

2. ناقش تبعا لقيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (Γ_k) محددا عناصرها الهندسية .

تطبيقات:

1. ABC مثلث. بين أن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\| \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \| = 6$ دائرة
يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

2. ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين من المستوي. حيث $CA = CB = 1$.
عين و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{5}$.

3. ABC مثلث متقايس الأضلاع من المستوي حيث $AB = AC = BC = 1$.
عين و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{3}$.

4. ABC مثلث. عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = 2 \| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \|$.

5. ABC مثلث متقايس الأضلاع من المستوي حيث $AB = AC = BC = \alpha$. لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \| \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \|$

❖ تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

❖ بين أن الشعاع $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقل عن النقطة M .

❖ ليكن G مرجح الجملة المتقلة $\{(A, 1), (B, -4), (C, 1)\}$.

بين أن $GM = \alpha \frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ) محددا عناصرها المميزة.

❖ أنشئ المجموعة (Γ) .