

سلسلة استعداد لل بكالوريا رقم (02)

السنة الدراسية: 2009/2008

المستوى : ثالثة ثانوي

الشعبة : علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

عداد الأستاذ
خليلات عمار

{ المحور : الاشتقاقية + التدريب على دراسة دوال والتوظيف }

التمرين (01) : ادرس قابلية اشتقاق الدوال التالية عند القيمة x_0 مفسرا بيانها في كل مرة النتيجة .

$$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x} \quad x_0 = 1 \quad /4 \quad f(x) = (x^2 - 2x + 3)^2 \quad x_0 = 1 \quad /1$$

$$f(x) = 3x + |x^2 - 4| \quad x_0 = -2 \quad /5 \quad f(x) = \sqrt{x-2} \quad x_0 = 2 \quad /2$$

$$f(x) = \sin x \quad x_0 \in \mathbb{R} \quad /6 \quad f(x) = 2x|x-1| \quad x_0 = 1 \quad /3$$

التمرين (02) احسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية مبيّنا المجموعـة التي تجري الحسابات عليها .

$$f(x) = (x + \sqrt{x^2 + 1})^n \quad /3 \quad f(x) = \frac{x^4(x-1)^2}{(x^2+1)^3} \quad /2 \quad f(x) = x^3(x^2+1)^4 \quad /1$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+2}} \quad /5 \quad f(t) = \tan^3 t \quad /4 \quad f(x) = \cos^3(x) + \sin(x^2+1) \quad /3$$

التمرين (03) باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{2 \cos x - 1} \quad /4, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \quad /3, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x\sqrt{x+1} - 6}{x-3} \quad /2, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad /1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} \quad /7, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} \quad /6, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}} \quad /5$$

التمرين (04) n عدد طبيعي غير معدوم ، و x عدد حقيقي يختلف عن 1 .

(1) بسط المجموع $1 + x + x^2 + \dots + x^n$.

(2) استنتج تبسيطا للعبارة : $1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$:

التمرين (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$

1/ عيّن f' ، f'' ، $f^{(3)}$ و $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f

2/ أعط تخميننا ، حسب قيم العدد n لعبارة $f^{(n)}(x)$

عداد الأستاذ
خليلات عمار

التمرين (06) الدالة f معرفة على i بـ : $f(x) = x \cos x$.

- (1) من أجل كل عدد حقيقي x ، أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ و $f^{(3)}(x)$.
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، ومن أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f^{(n)}(x) = x \cos\left(x + \frac{np}{2}\right) + n \cos\left(x + (n-1)\frac{p}{2}\right)$$

التمرين (07) لدالة f معرفة على $-\{1;1\}$ بـ : $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$

- (1) جد عددين حقيقيين a و b بحيث : $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$.
- (2) n عدد طبيعي غير معدوم . باستعمال النتيجة السابقة ، أعط عبارة لـ : $f^{(n)}(x)$.

التمرين (08) كرة حديدية نصف قطرها 8cm تتمدد عند ارتفاع درجة الحرارة.

1. ما هو تغير حجمها لما يرتفع نصف قطرها بـ 1mm ؟
2. ما هو تغير مساحتها في نفس الظروف ؟

التمرين (09) 1/بررّ التقريب التآلفي المحلي عند 0 في كل حالة من الحالات التالية :

- (أ) $(1+x)^3 \approx 1+3x$ (ب) $\sqrt{1+x} \approx 1+\frac{x}{2}$ (ج) $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ (د) $\sin x \approx x$.
- 2/ باختيار دالة مناسبة وباستعمال التقريب التآلفي احسب : (أ) $\tan 46^\circ$ ، (ب) $\sqrt{3654}$

التمرين (10) لتكن f دالة تحقق : $f(0)=1$ و $f'(x) = \sqrt{x}$

1. باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة $h=0,5$ شكل جدولاً يتضمن القيم التقريبية لـ $f(x)$ من أجل x ينتمي إلى $[0;5]$ ثم أنشئ تمثيلاً تقريبياً للدالة f . تدور النتائج إلى $0,01$. عين قيمة مقربة للعدد $f(4)$.
2. باختيار خطوة جديدة $h=0,1$ عين قيمة مقربة للعدد $f(4)$.
3. نبرهن أن $f(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 1$. تحقق أن $f(0)=1$ و $f'(x) = \sqrt{x}$. أحسب $f(4)$ ثم قارن النتيجة مع القيم المقربة المحصل عليها سابقاً بالخطوتين $0,5$ و $0,1$.

التمرين (11) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-2}$

- وليكن C_f منحنيتها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1/ عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون للمنحني C_f مستقيم مقارب معادلته : $y = x - 3$ و يقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3.

2/ ادرس تغيرات الدالة f

- 3/ اثبت ان المنحني C_f يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (-3) ، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتى المماسين (D_1) و (D_2)

- 4/ ارسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحني C_f
- 5/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحني C_f والمستقيم (Δ_m) الذي معادلته : $y = -3x + m$

التمرين (12) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على

$$f_n(x) = (x^2 - 2x)^n$$

- 1) أدرس تغيرات الدالة f_n (مميز الحالتين n زوجي ثم فردي) .
- 2) نسمي المنحني الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ومتجانس .
- أ - تحقق من أن المستقيم ذي المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر للمنحني C_n .
- ب - برّر أن C_n يمرّ من أربع نقط إحداثياتها مستقلة عن العدد الطبيعي n .
- أحسب إحداثيات هذه النقط . أرسم في نفس المعلم المنحنيين C_1 و C_7 .

التمرين (13) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ $f(x) = 1 + 2\cos x + \cos 2x$

- 1/ اثبت أن الدالة f دورية ودورها $2p$
- 2/ بيّن ان الدالة f زوجية واستنتج مجال كافي لدراسة تغيرات الدالة f
- 3/ ادرس تغيرات الدالة f
- 4/ أوجد نقط تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل
- 5/ ارسم المنحني C_f على المجال $[-p; p]$ وكيف يمكن استنتاج المنحني C_f
- 6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول الجملة $\left\{ \cos^2 x + \cos x = \frac{m}{2}; -p \leq x \leq p \right\}$

التمرين (14) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية ثم مثلها بيانيا:

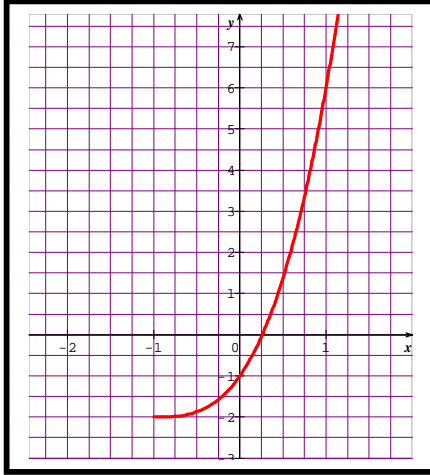
- 1/ $f(x) = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$ ، 2/ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ ، 3/ $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}$ ،
- 4/ $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ، 5/ $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ ، 6/ $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ ،
- 7/ $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{\sqrt{(x+5)^2}}$ ، 8/ $f(x) = |x+2| + \frac{1}{x+1}$ ، 9/ $f(x) = x - \sqrt{x-2}$

التمرين (15) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية ثم مثلها بيانيا:

- 1/ $f(x) = \sin 3x - 3\sin x$ ، 2/ $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x - \cos x$ ، 3/ $f(x) = \frac{\cos 2x}{\cos x}$ ،
- 4/ $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin 2x$ ، 5/ $f(x) = 2\tan x - \tan 2x$ ، 6/ $f(x) = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$

{ التدريب على حل مسائل (دراسة دوال) - الجزء الثاني }

مسألة (01) المنحني (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال



$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1 \quad : \text{كما يأتي} \quad]-1; +\infty[$$

1- أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي a من المجال $]0; \frac{1}{2}[$ يحقق :
 $g(a) = 0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $] -1; +\infty[$.

2- f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بما يأتي:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2} \quad \text{و ليكن } (\Gamma) \text{ تمثيلها البياني في معلم متعامد } (O; i, j).$$

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$:
 $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ وفسّر النتيجة بيانياً.

ج) احسب : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ وفسّر النتيجة بيانياً.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- نأخذ $a ; 0.26$. أ) عيّن مدور $f(a)$ إلى 10^{-2} . ب) ارسم المنحني (Γ) .

مسألة (02) لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$		1			3	

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية.

(1) احسب $f'(x)$

(2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

(أ) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c .

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

(ج) قارن بين صورتَي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك .

(3) نأخذ فيما يلي : $c = \frac{1}{4}$; $b = 1$; $a = 1$ وليكن (C) المنحني البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

(أ) بين أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x + 1$.

(ب) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(ج) أثبت أن النقطة $w(1; 2)$ مركز تناظر للمنحني (C) .

(د) عين نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم المنحني (C)

(4) I عدد حقيقي ، عيّن بيانيا ، حسب قيم I عدد حلول المعادلة $f(x) = |I|$

مسألة (03) أ لتكن الدالة f في المتغير الحقيقي x و المعرفة — :

$$f(x) = 1 + \frac{\sqrt{x+2}}{x} \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j}).$$

1/ عين مجموعة التعريف D_f ثم ادرس تغيرات الدالة f .

2/ عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل .

3/ بين أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلتها .

4 / اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f في النقطة التي فاصلتها $x_0 = -1$.

5/ احسب $f(2)$ ثم ارسم بدقة المماس (Δ) و المنحني C_f وبخاصة نصف المماس في النقطة ذات الفاصلة $x = -2$.

ب نعرف الدالة g في المتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{|x|+2}}{|x|}$

1/ عيّن مجموعة التعريف D_g . 2/ ادرس شفعية الدالة g

3/ حدّد المجال I لقيم x بحيث يكون لكل x من I : $g(x) = f(x)$.

4/ ارسم في نفس المعلم و بلون مخالف المنحني البياني (C_g) للدالة g انطلاقا من المنحني (C_f) موضحا بالشرح طريقة رسمه .

مسألة (04) لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$. (وحدة الطول : $2cm$)
 الجزء A : لتكن الدالة g المعرفة على i كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.
 (1) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(2) بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد a من المجال $\left]2; \frac{7}{3}\right[$ و يحقق : $g(a) = 0$ ، ثم عيّن قيمة تقريبية له بتقريب 10^{-2} .

(3) ادرس إشارة g على i

الجزء B : (1) اوجد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات للدالة f عند أطراف D_f .

(2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

ب - استنتج جدول تغيرات الدالة f

(3) أ- اوجد ثلاثة أعداد حقيقية c و a, b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f

تكتب $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{x+c}{x^2-1}$

ب- أستنتج أن المنحني (C) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) بجوار كل من $-\infty$ و $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

(ج) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(د) بيّن أن : $f(a) = \frac{3a^2 + 10a + 8}{2a + 4}$. ثم احسب قيمة تقريبية لـ $f(a)$ بتقريب 10^{-2}

هـ- أنشئ المنحني (C) و المستقيم (Δ) .

الجزء C : (1) عيّن فواصل النقط من المنحني (C) التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم الذي معادلته : $y = x + 2$

(2) عين معادلة لكل مماس ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

(3) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

مسألة (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2}$

1/ عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f

2/ عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث من أجل كل x من D_f يكون :

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x+1)^2}$$

3/ ادرس تغيرات الدالة f . ماذا تستنتج بخصوص النقطة ذات الفاصلة 0.

4/ بيّن أن المنحني (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلته

الديكارتية وتحديد وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى (Δ) .

4/ ارسم (Δ) و (C) في معلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$.

مسألة (06) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$$f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$$

وليكن C_f منحنىها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + 2x]$. فسر بيانها النتيجة المحصل عليها ثم ارسم المنحنى C_f .

3/ نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = -x - \sqrt{x^2 + 8}$

وليكن C_g منحنىها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$.

(أ) بين ان C_f و C_g متناظران بالنسبة للمبدأ O

(ب) ارسم C_g ثم عين معادلة لـ (Γ) حيث $(\Gamma) = (C_f) \cup (C_g)$

مسألة (07) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

وليكن C_f منحنىها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$.

(I) 1/ ادرس تغيرات الدالة f ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f

2/ اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0

3/ احسب $f(-x) + f(x)$ وماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى C_f

4/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى C_f والمستقيم (D) . ماذا تستنتج؟

5/ بين أن المنحنى C_f يقطع المستقيم الذي معادلته $y = x$ في نقطة فاصلتها x_0 حيث: $1 \leq x_0 \leq 2$

6/ ارسم المنحنى C_f .

(II) 1/ لتكن الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = 1 + \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}}$ تمثيلها البياني (g')

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$

2/ بين أن الدالة h زوجية.

3/ استنتج رسم المنحنى (C_h) انطلاقاً من رسم C_f

مسألة (08) الجزء الأول f الدالة العددية: $f(x) = ax + \frac{bx + c}{(x - 2)^2}$

وليكن C_f منحنىها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; i, j)$.

1/ عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث المنحنى C_f يشمل النقطة $D(3;1)$ وتكون

النقطة $E(1;1)$ ذروة للمنحنى C_f .

2/ بين أن الدالة المعرفة في السؤال 1) هي الدالة: $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x - 2)^2}$

3/ ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

4/ عيّن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ وبيّن أنه يوجد حل وحيد a في المجال $\left] \frac{5}{2}; 3 \right[$

5/ باستعمال خوارزمية التنصيف اوجد حصرا للعدد a سعته 0.125

6/ ادرس وضعي المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

7/ بيّن ان المنحني C_f يقبل مماسا (Δ) يوازي المستقيم المقارب المائل

8/ اثبت ان المنحني C_f يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيينها

9/ ارسم (Δ) و C_f .

10/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

الجزء الثاني h الدالة المعرفة كما يلي : $x \geq 3$ $h(x) = f(x)$
 $x < 3$ $h(x) = x - 3 + \frac{1}{x-2}$

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق h عند القيمة $x_0 = 3$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2 / ادرس تغيرات الدالة h مستعينا بتغيرات الدالة f

3/ ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C_h) ثم ارسم المنحني (C_h)

مسألة (09) f الدالة العددية : $f(x) = |x-2| + \frac{1}{x-1}$

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0 = 2$. فسر النتيجة بيانيا

2/ ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

3/ اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $\left] 0; \frac{1}{2} \right[$

4/ ارسم المنحني (C_f)

5/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $|x-2| + \frac{1-m(x-1)}{x-1} = 0$

6/ استنتج مما سبق عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي q : $|\cos q - 2| + \frac{1-m(\cos q - 1)}{\cos - 1} = 0$

مسألة (10) الجزء الأول f هي الدالة المعرفة على المجموعة D_f بـ :

$$f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$$

مع $D_f =]-\infty; -4] \cup [0; +\infty[$ ؛ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$.

(1) أحسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

(2) بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + 3$ ، هو مستقيم مقارب للمنحني C بجوار $(+\infty)$.

(3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

(4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in D_f - \{-4; 0\}$.

(5) أنشئ جدول التغيرات للدالة f .

(6) أرسم المستقيمات المقاربة ثم المنحني C .

الجزء الثاني نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 + 4x}$

C' تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- برهن أن المنحنيين C و C' متناظران بالنسبة للنقطة $w(-2; -1)$

ب- نعتبر المنحني $(\Gamma) = (C) \cup (C')$. بي أن معادلة (Γ) هي : $y^2 - 2(x+1)y - 2x + 1 = 0$

ج- ارسم (Γ)

د- عيّن معادلة (Γ) في المعلم $(w; \vec{i}; \vec{u})$ حيث : $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ثم حدد طبيعة (Γ)

مسألة (11) f الدالة العددية : $f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{2x}$

(g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ احسب : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ وماذا تستنتج ؟

3/ اكتب معادلة المماس (T) في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 1$

4/ بيّن أن المماس (T) يقطع المنحني (g) في نقطة M_0 يطلب تعيينها

5/ اثبت أن المنحني (g) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيينها

6/ مستعينا بالنتائج السابقة ارسم المنحني (g)

7/ نعتبر الدالة h حيث : $h : x \rightarrow \frac{-x^2|x| - |x| - 2}{2x}$

أ- ادرس شفعية الدالة h . ب- استنتج رسم المنحني (C_h) انطلاقاً من رسم المنحني (g)

مسألة (12) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$ ثم فسر النتيجة بيانياً

3/ بيّن أن النقطة $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني C_f

4/ بين أن المنحني C_f يقبل مماسين T_1 و T_2 ميلهما $\frac{5}{2}$ ثم حدد معادلتيهما

5/ بيّن أن المنحني C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث : $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{8}$

6/ ارسم C_f ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

7/ ناقش بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$ حيث m وسيط حقيقي

مسألة (13) F دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على i حيث $F(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x

$F'(x) = \frac{1}{x^2+1}$. نقبل أن الدالة F موجودة ولا نريد إيجاد عبارتها $F(x)$. نسمي C تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

F دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على i حيث $F(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $F'(x) = \frac{1}{x^2+1}$. نقبل أن الدالة F موجودة ولا نريد إيجاد عبارتها $F(x)$.

(1) G الدالة المعرفة على i بـ : $G(x) = F(x) + F(-x)$
أ - برّر أن G تقبل الاشتقاق على i وأحسب $G'(x)$ من أجل $x \in i$.
ب - أحسب $G(0)$ واستنتج أن الدالة F فردية .

(2) H الدالة المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = F(x) + F\left(\frac{1}{x}\right)$

أ - برّر أن H تقبل الاشتقاق على I وأحسب $H'(x)$ من أجل $x \in I$.
ب - برهن أنه من أجل كل $x \in I$ ، $H(x) = 2F(1)$.

ج - استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 2F(1)$. ماذا ينتج عن المنحني C ؟

د - (3) T الدالة المعرفة على $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ بـ : $T(x) = F(\tan x) - x$

أ - أحسب $T'(x)$. ماذا ينتج عن الدالة T ؟ ب - أحسب $F(1)$.
(4) أنجز جدول تغيرات الدالة F على i .

(5) أرسم المنحني C ، مستقيماته المقاربة ومماساته عند النقط ذات الفواصل -1 ، 0 و 1 .

مسألة (14) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x) = \frac{4x^2 - 11x + 7}{2(x-2)}$

وليكن C منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f وادرس الفروع اللانهائية للمنحني

2/ برهن أن النقطة A تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر للمنحني

3/ احسب إحداثيات نقط تقاطع المنحني مع المحورين الإحداثيين ثم ارسم المنحني C

4/ برهن انه يوجد مماسان للمنحني معامل توجيه كل منهما

5/ احسب إحداثيات نقطتي التماس B و C لهذين المماسين مع المنحني ثم تحقق من أن النقطتين B و C متناظرتين بالنسبة إلى النقطة A .

6/ نعتبر الدالة العددية (f_m) للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

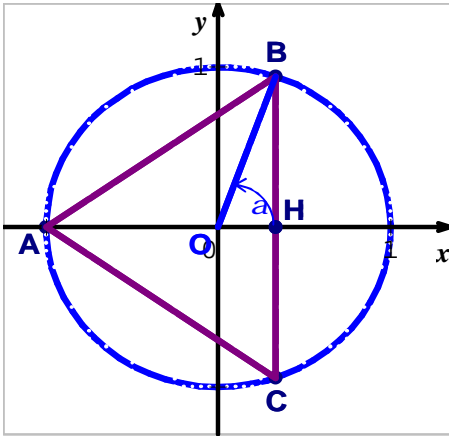
$$f_m(x) = \frac{4x^2 + (m-8)x - m + 4}{2(x-2)}$$

نسمي (C_m) المنحني الممثل للدالة (f_m) في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ - بين انه توجد نقطة ثابتة تنتمي إلى جميع المنحنيات (C_m)

ب - ما هو المنحني (C_m) الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيين $\left(\frac{7}{4}; 0\right)$

مسألة (15) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



مثلث ABC متساوي الساقين رأسه $A(-1;0)$ ، محيط بالدائرة ذات المركز O ونصف القطر 1. النقطة B تقع فوق

المحور (Ox) ، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

ليكن a قياساً رئيسياً موجباً مقدراً بالراديان للزاوية (\vec{i}, \vec{OB})

(1) — عين إحداثيتي النقطة B .

— عبّر عن المسافتين BH و AH بدلالة a .

— استنتج بدلالة a مساحة المثلث ABC .

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;p]$ بـ : $f(x) = \sin x (1 + \cos x)$.

أ — عين الدالة المشتقة للدالة f وبرهن أنه من أجل كل $x \in [0;p]$

$$f'(x) = 2\cos^2 x + \cos x - 1$$

استنتج أنه من أجل كل $x \in [0;p]$ ، $f'(x) = (2\cos - 1)(\cos x + 1)$.

ب — أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .

(3) برهن أنه توجد قيمة للعدد a التي من أجلها تكون مساحة المثلث ABC أكبر ما يمكن ، المطلوب

تحديد هذه المساحة . ما هي إذن طبيعة المثلث ABC .

مسألة (16) نعتبر في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.النقط $A(-1;2)$ ، $B(-1;0)$ ،

$C(0;2)$ و $M(x;0)$ حيث $x \in]-1;p[$ المستقيم (AM) يقطع محور الترتيب في النقطة N .

1. احسب بدلالة x كل من ترتيب النقطة N ومساحات المثلثات OMN ، CAN ، ABM .

2. لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ وليكن (C_f) منحنيتها في المعلم

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

(أ) بتقسيم المثلث OMN بشكل مناسب عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1} \quad : \quad]-\infty;-1[$$

(ب) ادرس تغيرات f على المجال $]-\infty;-1[$

(ج) تحقق ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D_1) و (D_2) يطلب تحديدهما

(د) ارسم (C_f)

(هـ) ما هي قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المثلث OMN أصغر ما يمكن ؟

(و) احسب عندئذ هذه المساحة.

{ التدريب على معالجة وضعيات ادماجية - الجزء الثاني }

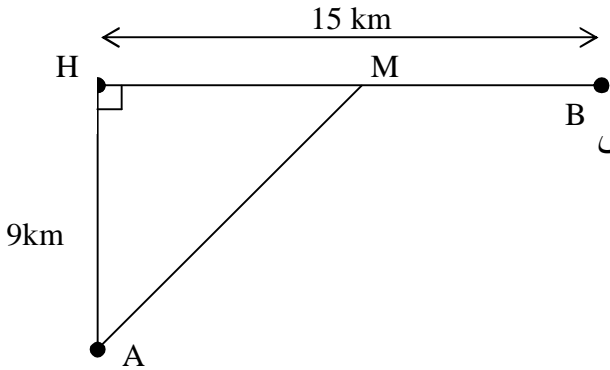
التمرين (01) : أراد فلاح إنشاء مدجنة مستطيلة الشكل مساحتها $392m^2$ أحد جدرانها حائط ضيعته كما هو مبين في الشكل

نرمز لبعد كل من الوتدين A و B عن الحائط بالرمز x و نرمز للبعد بين الوتدين A و B بالرمز y أين يمكن وضع الوتدين A و B حتى يكون سياج المدجنة أصغر ما يمكن ؟



التمرين (02) بسبب الظلام يريد حارس المنارة الوصول إلى بيته الواقع على الساحل ، ينتقل

بالقارب بسرعة : $4km.h^{-1}$ إلى الضفة النهر ، ثم ينتقل راجلا بسرعة : $5km.h^{-1}$. (الشكل) أين يجب إرساء القارب حتى يصل الحارس إلى المنزل في أقل مدة ممكنة؟ وما هي هذه المدة علما أن الطريق من الضفة إلى المنزل مستقيما ؟



التمرين (03) يراد إنجاز خزان دون غطاء قاعدته مربعة الشكل وجوانبه مستطيلة ، سعته $4m^3$

من الماء تكلفة المربع الواحد $100D.A$

- ماهي ابعاد الخزان التي تجعل التكلفة أقل ما يمكن ؟
- احسب هذه التكلفة.

التمرين (04)



انطلاقا من مستطيل بعده 16 و 10 بالسنتيمترات نصنع علبة على شكل متوازي مستطيلات قائم بالكيفية التالية: من كل ركن من المستطيل نقطع مربعا طول ضلعه يساوي x ثم نرفع الجوانب بالطي .
حدد قيمة x ليكون حجم العلبة اكبر ما يمكن ؟

التمرين (05) من جذع شجرة دائري المقطع قطره D ، نريد الحصول على رافد مستطيل

المقطع قاعدته x وارتفاعه h .

نحصل على المقاومة القصوى (العظمى) في الانحناء كلما كان المقدار xh^2 كبيراً مع $h > x$.

(I) هي الدالة المعرفة على المجال $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ بـ : $f(x) = -x^3 + \frac{9}{4}x$.

C المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث يؤخذ $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$.

1. أحسب $f'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة f .

2. أكتب معادلة لـ t_1 مماس المنحني C عند النقطة O ثم معادلة لـ t_2 مماس المنحني C عند

نقطته A ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$ ؛ ثم أدرس على المجال $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ الوضعية النسبية للمنحني C بالنسبة لـ

t_1 وبالنسبة لـ t_2 .



3. أنشئ المماسين t_1 و t_2 ثم المنحني C .

(II) تطبيق : نضع $D = 1,5m$. $(D$ هو قطر المقطع الدائري لجذع الشجرة)

1. اشرح لماذا $x^2 + h^2 = \frac{9}{4}$.

2. أحسب xh^2 بدلالة x .

3. استعمل الجزء (I) لإيجاد x و h بحيث تكون للرافد أقصى مقاومة للانحناء

التمرين (06)

نريد صنع علبة مصبرات اسطوانية الشكل (بغطاء)

ذات حجم V معطى

أوجد النسبة بين الارتفاع h ونصف القطر r حتى نستعمل

أقل ما يمكن من المعدن

(علبة اقتصادية الصنع)



problème de la boîte de conserve

المفاتيح العشرة للنجاح الدراسي

الهدية

4- النجاح هو ما تصنعه (فكر بالنجاح - أحب النجاح..)

النجاح شعور والنجاح يبدأ رحلته بحب النجاح والتفكير بالنجاح .. فكر وأحب وابدأ رحلتك نحو هدفك .. تذكر : " يبدأ النجاح من الحالة النفسية للفرد ، فعليك أن تؤمن بأنك ستنتج - بإذن الله - من أجل أن يكتب لك فعلاً النجاح . " الناجحون لا ينجحون وهم جالسون لاهون ينتظرون النجاح ولا يعتقدون أنه فرصة حظ وإنما يصنعونه بالعمل والجد والتفكير والحب واستغلال الفرص والاعتماد على ما ينجزونه بأيديهم .

في أهمية اللغات

بقدر لغات المرء يكثر نفعه
فأقبل على درس اللغات وحفظها
فتلك له عند الملمات أعوان
فكل لسان في الحقيقة إنسان! .

قال زيد : أمرني رسول الله – صلى الله عليه وسلم – فتعلمتُ له كتاب يهود بالسريرية وقال: إني والله ما آمن يهود على كتابي، فما مر لي نصف شهر حتى تعلمته وحذقته، فكنت أكتب له إليهم، وأقرأ له كتبهم. (رواه البخاري، وأبو داود والترمذي)

حكم بالانجليزية

- 1/ Proverbs are the adornment of speech
- 2/ A friend in need is friend indeed.
- 3/ A tree is known by its fruit
- 4/ Birds of feather flock together
- 5/ Action speak louder than words

Des proverbes algeriens

- 1/ Un métier à la main vaut mieux que toute fortune dont on tient
- 2/ Etre pauvre et fier est mieux qu'être riche et avoir le nez sous la terre
- 3/ Celui qui est chanceux , même les montagnes s'abaissent devant lui .
- 4/ Celui qui n'a pas de cœur recevra des condoléances.
- 5/ les pieds marchent vers ce que désire le cœur .
- 6/ Quand il était vivant , il désirait ardemment une datte , et quand il mourut , il on accrocher toute une tonne au dessus de lui .

Exercise

Consider the function : $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 - x}$

a- study the variation of this function

