

الأعداد المركبة في البكالوريا

شعبة العلوم التجريبية



البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

1 / بكالوريا 2008 الموضوع الثاني التمرين الثالث (05 نقاط) :السؤال الأول خارج المنهاج:

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين

لاحقتهما z_A و z_B على الترتيب حيث :

$$z_B = -2 - 2i \quad \text{و} \quad z_A = 2 + i$$

عين z_0 لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$.

3. لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_c حيث $z_c = \frac{4-i}{1+i}$

اكتب z_c على الشكل الجبري ثم أثبت أن النقطة C تنتمي إلى الدائرة (Γ) .

1.4 - برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k ($k > 0$) وزاويته θ و الذي

يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$

ب - تطبيق : عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ : $z' + \frac{1}{2}i = 2e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z + \frac{1}{2}i\right)$

2 / بكالوريا 2009 الموضوع الأول التمرين الثاني (05 نقاط) :

$P(Z)$ كثير حدود حيث: $P(Z) = (Z - 1 - i)(Z^2 - 2Z + 4)$ و Z عدد مركب

(1) حل في المجموعة C المعادلة $P(Z) = 0$

(2) نضع: $Z_1 = 1 + i$ ؛ $Z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

(أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسّي.

(ب) أكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسّي.

(ج) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

(3) (أ) n عدد طبيعي. عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقياً.

(ب) احسب قيمة العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{456}$.

3 / بكالوريا 2009 الموضوع الثاني التمرين الثاني (04 نقاط) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$

2. نسمي z_1 ؛ z_2 حلي هذه المعادلة.

(أ) أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسّي.

(ب) A ، B ، C هي النقط من المستوي التي لواحقتها على الترتيب:

$$z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3}) \quad ; \quad z_B = 1 + i\sqrt{3} \quad ; \quad z_A = 1 - i\sqrt{3}$$

i يرمز إلى العدد المركب الذي يحقق $i^2 = -1$)

أحسب الأطوال AB ، AC ، BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) جد الطويلة و عمدة للعدد المركب Z حيث : $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$

د) أحسب Z^3 و Z^6 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k .

4 / بكالوريا 2010 الموضوع الأول التمرين الأول (05 نقاط) :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقتهما على الترتيب: $z_A = 1+i$ و $z_B = 3i$.

1) اكتب على الشكل الأسى: z_A و z_B .

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = 2iz + 6 + 3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S .

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2), (B;-2), (C;2)\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D .

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات

اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

أ) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 6 + 3i$ تنتمي إلى (Δ) .

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z_B - z}{z_D - z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ) .

5 / بكالوريا 2010 الموضوع الثانى التمرين الثانى (04 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسى .

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D

لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ ، و $z_D = -z_B$.

أ - بين أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم .

ب - عين زلوية للدوران R الذي مركزه O ويحول النقطة A إلى النقطة B .

ج - بين أن النقط A, O, C في استقامية وكذلك النقط B, O, D .

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

6 / بكالوريا 2011 الموضوع الأول التمرين الثالث (05 نقاط) :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A, B, C التي لاحقاتها على

الترتيب: $z_A = -i$ ، $z_B = 2 + 3i$ ، و $z_C = -4 + i$.

1. أ - اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

ب - عين طويلة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = iz - 1 - i$$

أ - عيّن طبيعة التحويل T محدداً عناصره المميزة.

ب - ما هي صورة النقطة B بالتحويل T .

3. لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = -6 + 2i$.

أ - بين أن النقاط A ، C و D في استقامة.

ب - عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحول النقطة C إلى النقطة D .

ج - عيّن العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B إلى D

7 / بكالوريا 2011 الموضوع الثاني التمرين الثاني (04 نقاط) :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقطة A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_A = 3 - 2i \quad , \quad z_B = 3 + 2i \quad , \quad z_C = 4i$$

1. أ - علم النقاط A ، B و C .

ب - ما طبيعة الرباعي $OABC$ ؟ علّل إجابتك.

ج - عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$.

2. عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقاط M من المستوي التي تحقق: $\|\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 12$.

3. أ - حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 6z + 13 = 0$

نسمي z_0 ، z_1 حلي هذه المعادلة.

ب - لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z .

• عيّن مجموعة النقاط M من المستوي التي تحقق: $|z - z_0| = |z - z_1|$.

08 / بكالوريا 2012 الموضوع الأول التمرين الثاني (04 نقاط) :

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z = \frac{3i(z + 2i)}{z - 2 + 3i}$$

(حيث $z \neq 2 - 3i$)

- حل في \mathbb{C} هذه المعادلة.

2) ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A و B نقطتان لاحقاتهما على

الترتيب : $z_A = 1 + i\sqrt{5}$ و $z_B = 1 - i\sqrt{5}$ حيث :

- تحقق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z ، النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = \frac{3i(z + 2i)}{z - 2 + 3i}$

النقط C ، D ، E لواحقتها على الترتيب: $z_C = -2i$ ، $z_D = 2 - 3i$ و $z_E = 3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$.

09 / بكالوريا 2012 الموضوع الثاني التمرين الثالث (04,5 نقاط) :

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث: $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$.

أ- تحقق أنّ 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$.

ب- جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$.

ج- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة $P(z) = 0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B ، C نقط من

المستوي المركب لواحقتها على الترتيب : $z_A = 6$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 3 - i\sqrt{3}$.

أ- اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الآسي.

ب- اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الآسي.

ج- استنتج طبيعة المثلث ABC .

(3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ، نسبه $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ- جد الكتابة المركبة للتشابه S .

ب- عيّن z_A لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S .

ج- بيّن أنّ النقط A ، B ، A' في استقامية.

10 / بكالوريا 2013 الموضوع الأول التمرين الثالث (05 نقاط) :

(1) حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة (I) ذات المجهول z التالية:

$$(I) \dots\dots\dots z^2 - (4 \cos \alpha)z + 4 = 0 \text{ حيث } \alpha \text{ وسيط حقيقي.}$$

(2) من أجل $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ؛ نرزم إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 . بيّن أن: $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013} = 1$.

(3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B ،

لاحقاتها: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 4 + i\sqrt{3}$ على الترتيب.

(أ) أنشئ النقط A ، B و C .

(ب) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ، ثم استنتج أنّ C هي صورة B بالتشابه

مركزه A ويطلب تعيين نسبه و زاويته.

(ج) عيّن لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; -1), (C; 2)\}$ ، ثم أنشئ G .

(د) احسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع.

11 / بكالوريا 2013 الموضوع الثاني التمرين الأول (04,5 نقاط) :

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة (E) ذات المجهول z الآتية: (E) $z^2 + 4z + 13 = 0 \dots\dots\dots$

(1) تحقّق أن العدد المركب $-2 - 3i$ حل للمعادلة (E) ، ثم جد الحل الآخر.

(2) A و B نقطتان من المستوي المركب لاحقاتهما $z_A = -2 - 3i$ و $z_B = i$ على الترتيب. S التشابه المباشر

الذي مركزه A ، نسبه $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ والذي يحوّل كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$.

$$(أ) \text{ بيّن أن: } z' = \frac{1}{2}iz - \frac{7}{2} - 2i .$$

(ب) احسب z_C لاحقة النقطة C ، علما أنّ C هي صورة B بالتشابه S .

(3) لتكن النقطة D ، حيث: $2\overline{AD} + \overline{AB} = \overline{0}$.

(أ) بيّن أنّ D هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما.

(ب) احسب z_D لاحقة النقطة D .

(ج) بيّن أنّ: $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .



12 / بكالوريا 2014 الموضوع الأول التمرين الثالث (05 نقاط) :

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$.
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط A, B, C, D التي

لاحقاتها على الترتيب : $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_C}{2}$.

أ) اكتب z_A, z_B, z_C و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

- ج) بين أن النقط O, A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قياسا للزاوية $(\overline{CA}; \overline{CB})$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

(3) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R .

ب) عين لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أن النقط C, A, C' في استقامة.

ج) عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R .

13 / بكالوريا 2014 الموضوع الثانى التمرين الثالث (04 نقاط) :

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z حيث:

$$(z-i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (وحدة الطول $1cm$)، تعطى

النقط A, B, C التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1+2i$ و $z_C = 1-2i$ على الترتيب.

أ) أنشئ النقط A, B, C .

ب) جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) .

ج) احسب مساحة المثلث ABC .

(3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عين الكتابة المركبة للتشابه S .

ب) بين أن مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

(4) M نقطة لاحقتها z ، عين مجموعة النقط M حيث: $|z| = |iz + 1 + 2i|$

