مجلـــــة ملكي

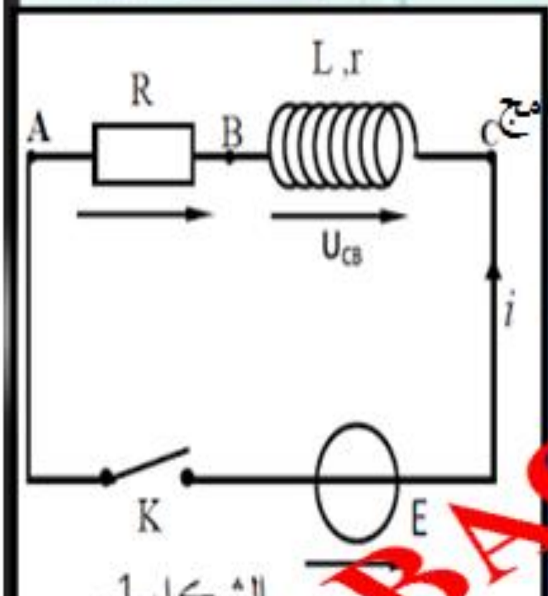
للعلوم الفيزيائية

العدد الثالث:

دراسة الظواهر الكهربائية

السنة الثالثة علوم تجريبية ، رياضيات و تقني رياضي،

- ✓ ملخص شامل
- ✓ تمارين مرفقة بحلولها النموذجية وفق البرنامج الوزاري المعدل



الشكل-1-

BAC

من إعداد الأستاذ ملكي

كلمة ترحيب

زوار مجلتنا السلام عليكم و رحمة الله و بركاته

- ✓ يسرني أن أتقدم بهذه المجلة لطلبتنا الأعزاء في المرحلة الثانوية لكل الشعب العلمية منها و التكنولوجية.
- ✓ محتوى هذه المجلة ينطبق على البرنامج الرسمي الجديد المقرر من طرف وزارة التربية الوطنية.
- ✓ يشمل هذا الجزء من المجلة على الوحدة الثالثة من البرنامج دراسة الظواهر الكهربائية
- ✓ تعالج المجلة حيثيات هذه الوحدة الأولى حتى يتمكن الطالب من فهمها بشكل جيد.
- ✓ كما حرست فيها إلى تقديم ملخص مبسط للوحدة مدعم بمجموعة تمارين مرفقة بحلولها النموذجية لكي تعطي فكرة شاملة عن الدرس من أجل تقويم شامل و إن شاء الله تساعدكم في نيل مبتغاكم.

جميع المعادلات التفاضلية لهذه الوحدة

❖ كتابة المعادلات التفاضلية للدراة RC

❖ 1- في حالة الشحن

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_C(t)$

قانون جمع التوترات : $E = u_c(t) + u_R(t)$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{E}{RC}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$: حيث $\tau = RC$:

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة $q(t)$

لدينا

$$C = \frac{q(t)}{u_c(t)} \Rightarrow u_c(t) = \frac{q(t)}{c}$$

$$u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow u_R(t) = R\frac{dq(t)}{dt}$$

حسب قانون جمع التوارات :

$$u_c(t) + u_R(t) = E$$

نجد :
$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{Rc}q(t) = \frac{E}{R}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $q\max = q_0 = CE$ $q(t) = q_{\max}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$:

❖ تعريف ثابت الزمن τ :

هو الزمن اللازم لبلوغ 63% من التوتر الأعظمي خلال عملية الشحن عبارته $\tau = RC$; وحدته الثانية

❖ إثبات أن τ وحدة الزمن باستعمال التحليل البعدي

لدينا $[\tau] = [R] \times [C]$: نعوض فنجد : $[RC] = [R] \times [C] = \frac{[U] \times [I] \times [T]}{[U] \times [I]} = [T]$

❖ كتاب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

$$u_c(t) + u_R(t) = E$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{du_R(t)}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{du_R(t)}{dt} = 0$$

$$uc(t) = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt} \qquad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u_R(t) = Ri(t) \qquad \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{RC}\frac{du_R(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة نجد : $\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_R(t) = 0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $u_R(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$:

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار $i(t)$

$$u_c(t) + u_R(t) = E$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{du_R(t)}{dt} = 0$$

$$uc(t) = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}$$

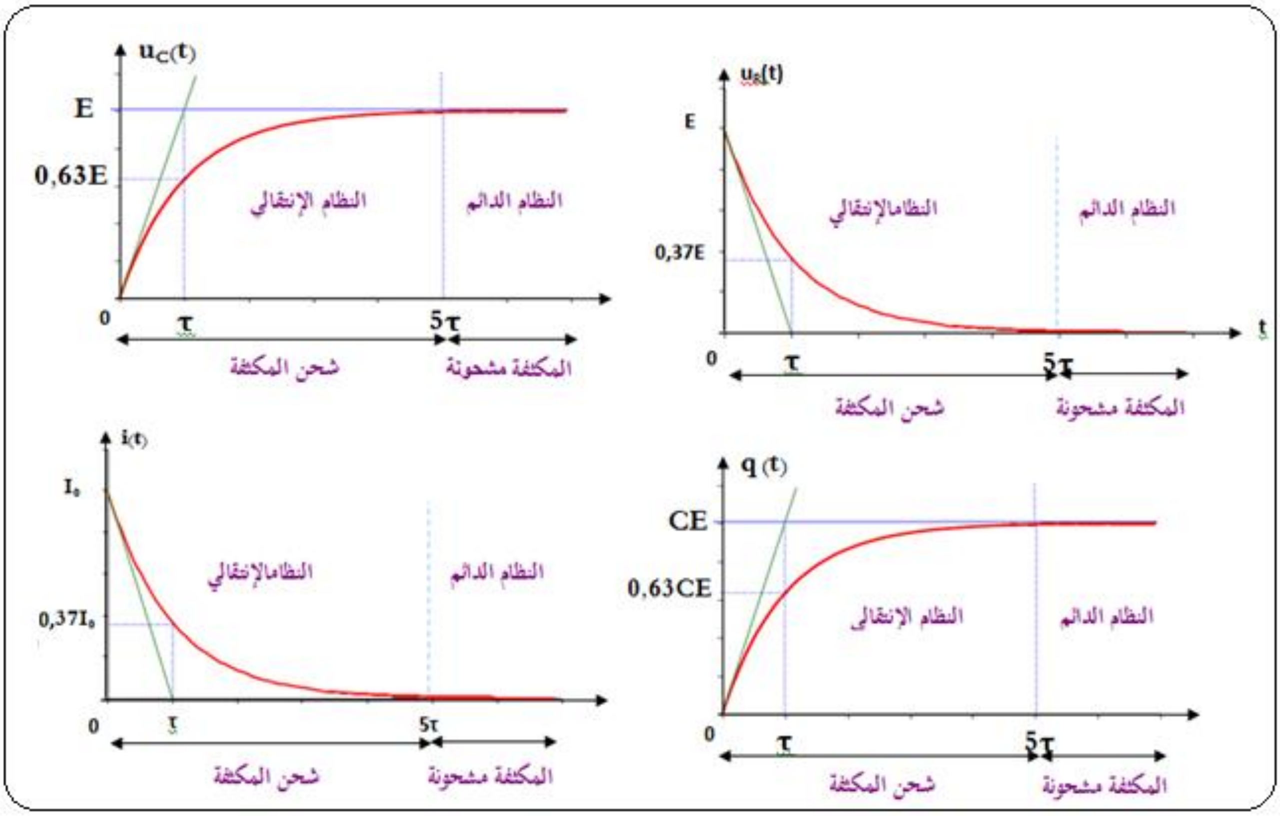
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \qquad \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C}$$

$$u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow \frac{du_R(t)}{dt} = R\frac{di(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة نجد : $R\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = 0$ بالقسمة على R نجد : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC}i(t) = 0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $i(t) = I_{max}e^{-\frac{t}{\tau}}$:حيث $I_{max} = \frac{E}{R}$:

❖ بيانات تطور التوتر خلال عملية الشحن



❖ 2- في حالة التفريغ

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_c(t)$

قانون جمع التوترات : $u_c(t)+u_R(t)=0$

$$u_c(t)+Ri(t)=0$$

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$u_c(t)+RC\frac{du_c(t)}{dt}=0$$

بالقسمة على RC نجد

$$\frac{du_c(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u_c(t)=0$$

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة $q(t)$

حسب قانون جمع التوارات : $u_c(t)+u_R(t)=0$

لدينا $u_R(t)=Ri(t)\Rightarrow u_R(t)=R\frac{dq(t)}{dt}$ $\quad : C=\frac{q(t)}{u_c(t)}\Rightarrow u_c(t)=\frac{q(t)}{c}$

$$\frac{q(t)}{c}+R\frac{dq(t)}{dt}=0$$

بالقسمة على R نجد

$$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{Rc}q(t)=0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $q\max=q_0=CE$ $\quad q(t)=q_{\max}e^{-\frac{t}{\tau}}$

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

$$u_c(t)+u_R(t)=0$$

$$\frac{du_c(t)}{dt}+\frac{du_R(t)}{dt}=0$$

$$uc(t)=\frac{q(t)}{C}\Rightarrow\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}$$

$$\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C}\Rightarrow\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{1}{RC}\frac{du_R(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة نجد :

$$\frac{du_R(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u_R(t)=0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $:u_R(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

❖ كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار $i(t)$

$$u_c(t)+u_R(t)=0$$

$$\frac{du_c(t)}{dt}+\frac{du_R(t)}{dt}=0$$

$$\frac{du_c(t)}{dt}+\frac{du_R(t)}{dt}=0$$

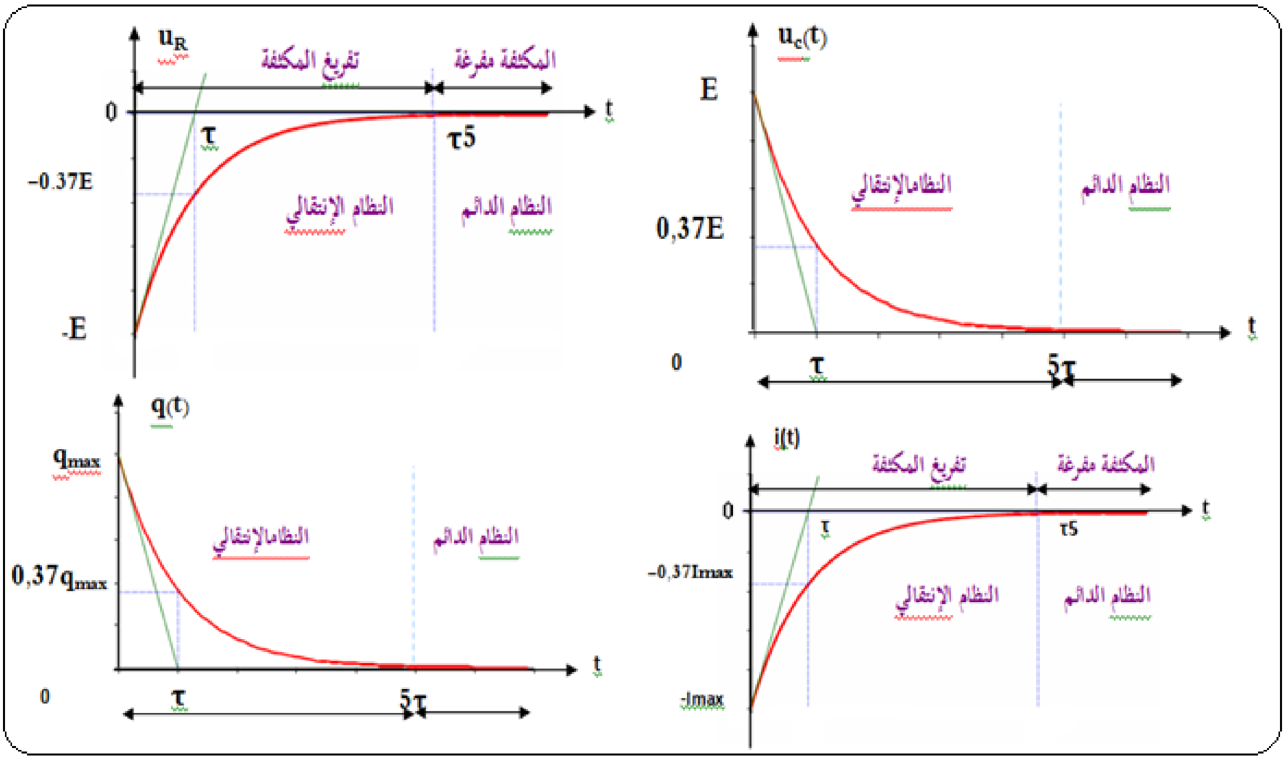
$$uc(t)=\frac{q(t)}{C}\Rightarrow\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}\qquad i(t)=\frac{dq(t)}{dt}\qquad \frac{du_c(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C}$$

$$u_R(t)=Ri(t)\Rightarrow\frac{du_R(t)}{dt}=R\frac{di(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة نجد : $R\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)}{C}=0$ بالقسمة على R نجد : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل : $i(t)=-I_{\max}e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث $I_{\max}=\frac{E}{R}$:

❖ بيانات تطور التوتر خلال عملية التفريغ



❖ الطاقة المخزنة في المكثفة

تعطى عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة بالعلاقة التالية

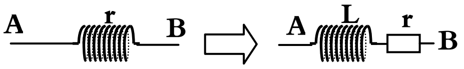
$$Ec(t)=\frac{1}{2}C(Uc)^2$$

الوشيعة :

هي عبارة عن ثنائي القطب خامل تتمثل في سلك ملفوف على شكل حلقات غير متلاصقة تتميز بمقدار ثابت

يسمى ذاتية الوشيعة L وحدتها الهنري H ومقاومة داخلية r ووحدتها الأوم Ω رمزها الإصطلاحي

التوتر بين طرفي الوشيعة $: U_{l,r}(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} + ri(t)$

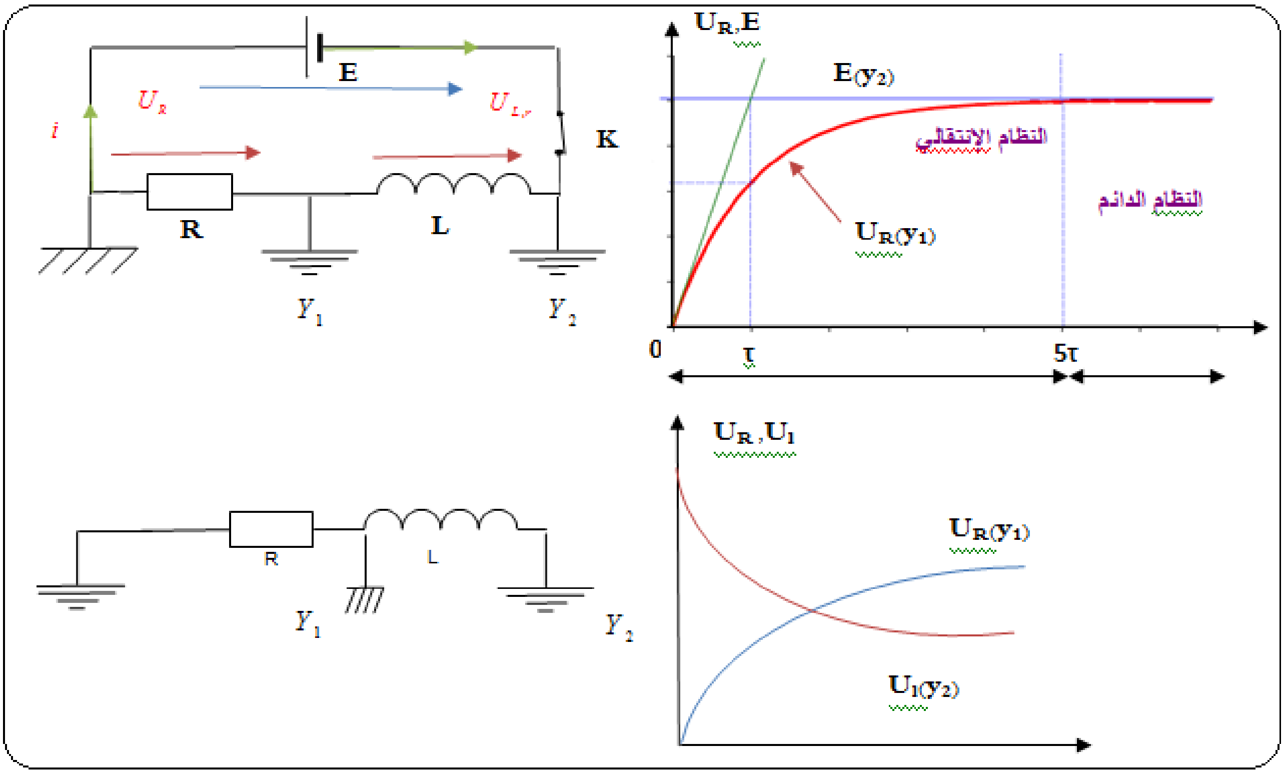


للوشيعة تأثيرين :

أ- تأثير مقاومي ، وهو ناتج عن السلك الطويل المكون للوشيعة .

ب- تأثير تحريضي ، راجع لتغير شدة التيار المار في الدارة .

طريقة التوصيل براسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر بين طرفي المقاومة والتوتر بين طرفي المولد



كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التيار $i(t)$ عند غلق التيار

حسب قانون جمع التوترات $u_l(t) + u_R(t) = E$

$$L\frac{di(t)}{dt} + ri(t) + u_R(t) = E$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + ri(t) + Ri(t) = E$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + (R+r)i(t) = E$$

بالقسمة على L نجد :

$$\frac{di(t)}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)i(t) = \frac{E}{L}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة I حلها من الشكل $: i(t) = I_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث $: I_{max} = \dfrac{E}{R+r}$

الأستاذ ملكي علي ولاية تبسة – ثانوية الشهيد داسي خليفة– الجديدة–الوادي 0770.38,66,58

كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المقاومة $U_R(t)$ عند غلق التيار

$$u_l(t)+u_R(t)=E$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+u_R(t)=E$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+u_R(t)=E$$

$$L\frac{d\left(\frac{u_R(t)}{R}\right)}{dt}+r\left(\frac{u_R(t)}{R}\right)+u_R(t)=E$$

$$\frac{L}{R}\frac{du_R(t)}{dt}+u_R(t)\left(\frac{r}{R}+1\right)=E$$

بالضرب في $\frac{R}{L}$ أو القسمة على $\frac{L}{R}$ نجد $\frac{du_R(t)}{dt}+u_R(t)\left(\frac{r+R}{L}\right)=\frac{ER}{L}$:

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة I حلها من الشكل $u_{R\max}=\frac{ER}{R+r}$ $u_R(t)=u_{R\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

ثابت الزمن $\tau=\frac{L}{R+r}$

التحليل البعدي

لدينا $[\tau]=\frac{[L]}{[R+r]}$: $u_{l,r}(t)=L\frac{di(t)}{dt}\Rightarrow[U]=\frac{[L][I]}{[T]}\Rightarrow[L]=\frac{[U][T]}{[I]}$

نعوض كل هذا فنجد:

$[\tau]=\frac{[L]}{[R+r]}=\frac{[U]\times[I]\times[T]}{[U]\times[I]}=[T]$ منه الجداء $\tau=\frac{L}{R+r}$ له أبعاد الزمن (مقدار متجانس مع الزمن)

كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي الوشيعة $u_l(t)$ عند غلق التيار

$$u_l(t)+u_R(t)=E\Rightarrow u_R(t)=E-u_l(t)$$

$$\frac{du_R(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)u_R(t)=\frac{ER}{L}$$

$$\frac{du_R(t)}{dt}=\frac{d\left(E-u_l(t)\right)}{dt}\Rightarrow\frac{du_R(t)}{dt}=-\frac{du_l(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية

$$-\frac{du_l(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)\left(E-u_l(t)\right)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{du_l(t)}{dt}+E\left(\frac{r+R}{L}\right)-\left(\frac{r+R}{L}\right)u_l(t)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{du_l(t)}{dt}+\frac{Er}{L}+\frac{ER}{L}-\left(\frac{r+R}{L}\right)u_l(t)=\frac{ER}{L}$$

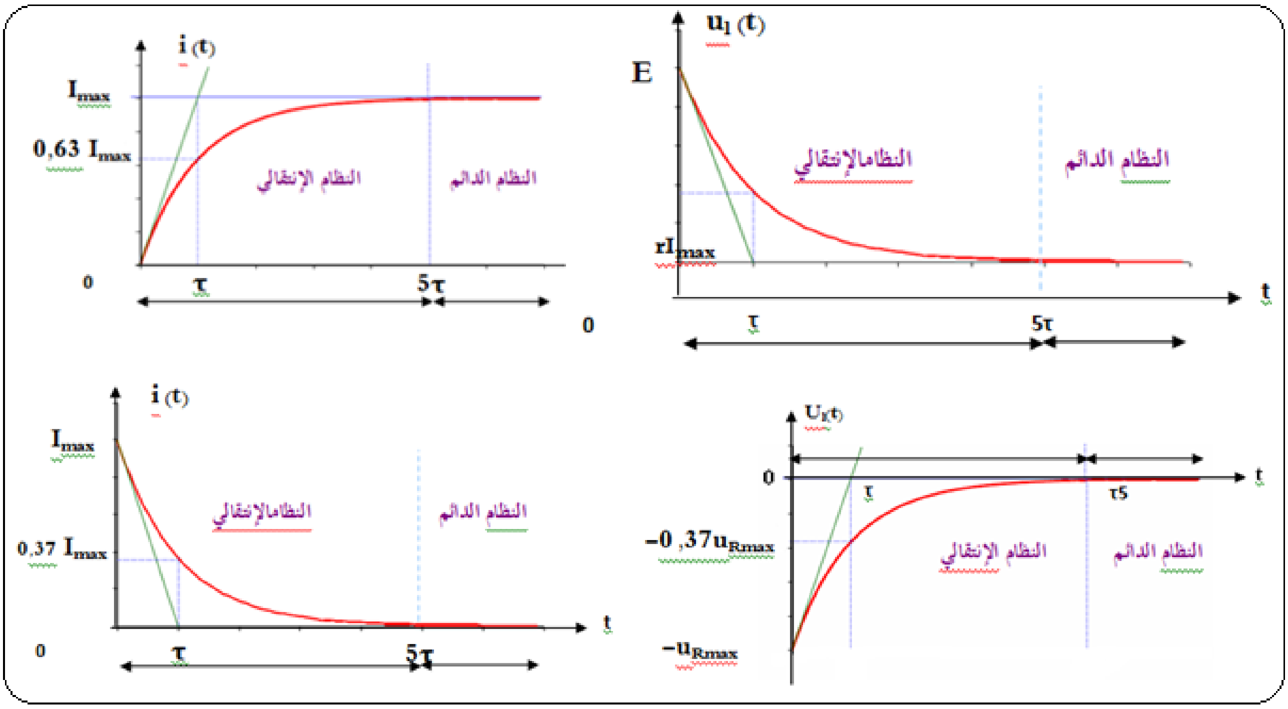
$$-\frac{du_l(t)}{dt}-\left(\frac{r+R}{L}\right)u_l(t)=-\frac{Er}{L}$$

$$\frac{du_l(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)u_l(t)=\frac{Er}{L}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة I حلها من الشكل $u_l(t)=E-u_{R\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

$$u_R(t)+u_l(t)=E\Rightarrow u_l(t)=E-u_R(t)\Rightarrow u_l(t)=E-u_{R\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

تطور شدة التيار و التوتر بدلالة الزمن عند غلق التيار عند غلق و فتح التيار



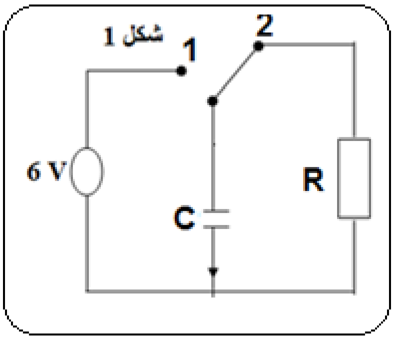
الطاقة المخزنة في الوشيعة

تخزن الوشيعة طاقة كهرو مغناطيسية وذلك لأنها تنشئ حقلا مغناطيسيا حول حلقاتها أما المكثفة فنخزن طاقة كهربائية ينشئ حلق كهربائي بين لبوسيها. والفرق بينهما أنه يجب تطبيق توتر بين طرفي المكثفة بينما في المكثفة يجب أن يستمر التيار في السريان

$$El(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)$$

التمرين الأول :

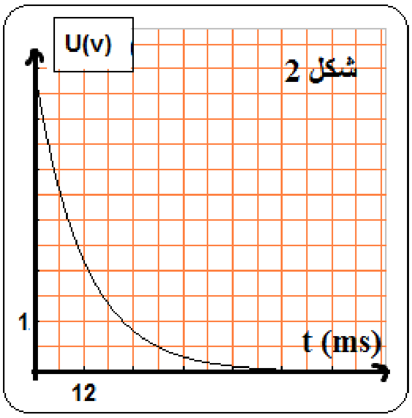
لدراسة تطور التوتر بين طرفي مكثفة مشحونة أثناء تفريغها بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة نحقق الدارة الكهربائية المبينة في الشكل-1- في اللحظة $t=0$ نغير البادلة إلى الوضع2 يظهر على الشاشة المنحنى المبين في الشكل



1 - انقل مخطط الدارة وبين عليه أسهم مختلف التوترات و كيفية توصيل راسم الاهتزاز لمعاينة $u_c(t)$

2- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c ثم بين أن حلها من الشكل $u_c(t)=\beta\cdot e^{\alpha.t}$ حيث α و β ثابتين يطلب تعينهما

3-عند اللحظة $t=\tau$ حيث τ الثابت المميز للدارة هل التوتر بين طرفي المكثفة يساوي:63% أو37% أو93% من القيمة الابتدائية له ؟ علل إجابتك.



4.بالاعتماد على البيان حدد : قيمة τ ثم استنتج سعة المكثفة .

5. على نفس البيان الشكل-2- مثل الدالة $u_c=f(t)$ في الحالتين :

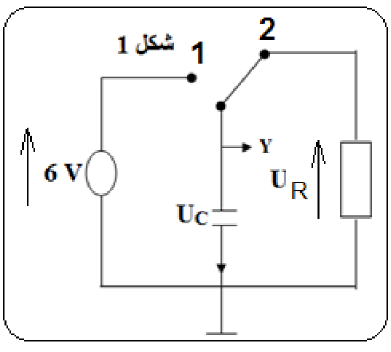
- ناقل أومي مقاومته R' حيث $R'=\frac{R}{2}$

- ناقل أومي نعتبر مقاومته R' مهملة

6- من الدراسة السابقة ما أهمية ربط مكثفة في دارة كهربائية

حل التمرين الأول :

1- تمثيل التوترات و الشحنات ومداخل راسم الاهتزاز المهبطي



2 - المعادلة التفاضلية بدلالة

بتطبيق قانون جمع التوترات

$$u_c+u_R=0$$
$$u_c+R\times i=0$$
$$u_c+R\frac{dq}{dt}=0$$
$$u_c+Rc\frac{du_c}{dt}=0$$
$$\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{Rc}u_c=0$$

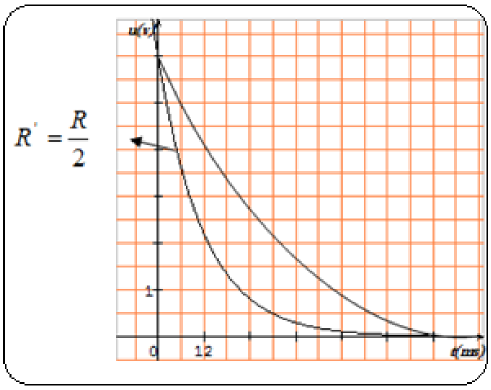
حل المعادلة التفاضلية:

إذن : $u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{Rc}.t}$ $\quad \begin{cases}\beta=E\\ \alpha=-\frac{1}{RC}=\frac{-1}{\tau}\end{cases}$

3- $u_c(\tau)=Ee^{-\frac{1}{\tau}.\tau}=0.37E=0.37u_{c(\max)}$

4- تحديد ثابت الزمن: من البيان نجد $\tau=12ms=12.10^{-3}s$

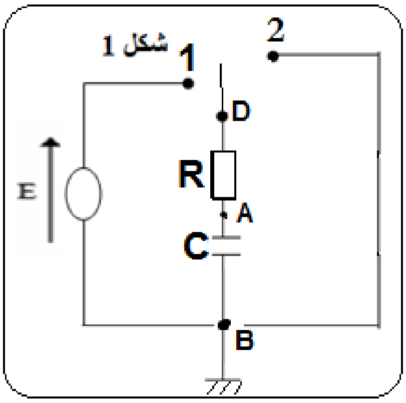
- سعة المكثفة: $\tau=Rc=12.10^{-3}\Rightarrow c=2{,}1\mu F$



5- تأثير R على تفريغ المكثفة:زيادة مقاومة الناقل يزيد من مدة التفريغ

أهمية ربط مكثفة في دارة كهربائية تخزين الطاقة الكهربائية عند الشحن واستعمالها في دارة مجاورة لا تحتوي على مولد

التمرين الثاني:



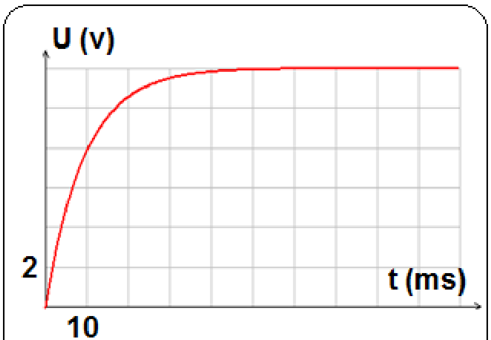
تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل – 01 – من العناصر الكهربائية التالية: مولد قوته المحركة الكهربائية $E = 12\ V$

مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته $R = 200\ \Omega$ ، مبدلة K ،

في اللحظة $t = 0s$ ، نضع المبدلة K على الوضع 1 بحيث نغلق دارة المولد نربط قطبي المكثفة براسم الاهتزاز المهبطي ، فنحصل على منحنى تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $uc = f(t)$ والموضح في الشكل – 02 –

1 – بتطبيق قانون جمع التوترات، أثبت أن المعادلة التفاضلية التي تربط بين u_C و t تكتب بالشكل:

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C(t) = \frac{E}{R.C}$$



شكل 2

2 – أثبت بالتحليل البعدي أن الثابت τ يقدر بالثانية في الجملة الدولية للوحدات .

3 – تحقق أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو:

$u_c(t) = E(1-e^{-t/\tau})$، ثم بيّن أن: $u_c = 0$ في اللحظة $t = 0$.

4 - ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد $\Delta t = 60\ ms$ من غلقها ؟ .

5 – أحسب قيمة التوتر u_c في اللحظتين : $t = \tau$ ، $t = 5\tau$

6 - أرسم المماس للمنحنى عند المبدأ ثم عيّن من البيان قيمة الثابت τ .

7 – أوجد قيمة سعة المكثفة C

حل التمرين الثاني :

1- بتطبيق قانون التوترات:

$$U_{DB} = U_{DA} + U_{AB}$$

$$E = R.i + U_C(t)$$

حيث:

$$i = \frac{dq}{dt} = c.\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$E = R.C\frac{du_c(t)}{dt} + uc(t)$$

بقسمة طرفي المساواة على R.C نجد :

$$\frac{E}{R.C} = \frac{duc}{dt} + \frac{1}{R.C}.uc(t)$$

أي :

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.uc(t) = \frac{E}{R.C} ....(1)$$

2 التحليل البعدي : لدينا:

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} \qquad [C] = [I]\frac{[T]}{[U]}.$$

$$[\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]}[I]\frac{[T]}{[U]} = [T]$$

ومنه τ يقدر بالثانية .

3 - باشتقاق المعادلة:

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{E}{2}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{E}{2}.e^{\frac{-t}{2}} + \frac{1}{R.C}.E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) = \frac{E}{R.C}$$

إذن محققة ، $\frac{E}{R.C} = \frac{E}{R.C}$

$$\frac{E}{2}.e^{\frac{-t}{2}} + \frac{E}{R.C} - \frac{E}{R.C}.e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{R}{R.C}$$

$$u_c(0) = E(1-e^{-0}) = E(1-1) = 0$$

4 - حساب شدة التيار بعد 60ms معناها النظام الدائم:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}. \qquad \frac{dq}{dt} = 0 \text{ ومنه } i = 0$$

5 -

$$t = \tau \rightarrow u(\tau) = 0{,}63E = 7{,}56V$$

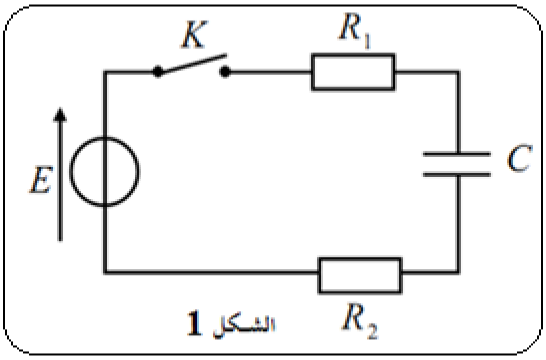
$$t = 5\tau \rightarrow u(5\tau) = 12(1 - e^{-5}) = 11{,}92V$$

6 - باستغلال المنحنى البياني و بالتباع طريقة المماس نجد $\tau = 9m/s$

7 - السعة c:

$$\tau = R.C \quad \Rightarrow \quad c = \frac{\tau}{R} \qquad c = \frac{9\times10^{-3}}{200} = 45\mu F$$

التمرين الثالث:



الشكل 1

الشكل (1) يمثل دارة كهربائية تحتوي على العناصر التالية:

- مولد مثالي للتوتر المستمر، قوته المحركة الكهربائية E.
- مكثفة سعتها C.
- ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1K\Omega$ و $R_2 = 4K\Omega$.
- قاطعة K.

1- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K. أعط العبارة الحرفية لكل من التوترات الموجودة.

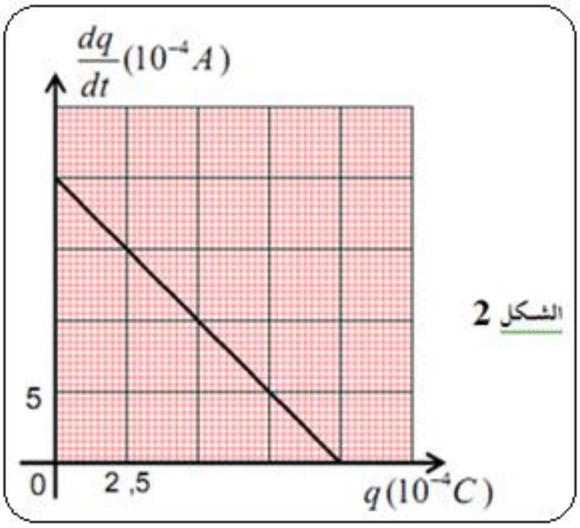
2- بتطبيق قانون جمع التوترات، بيّن أنه يمكن كتابة المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة q بمرور الزمن بالشكل:

$\frac{dq}{dt} + aq - b = 0$ ، ماذا يمثل كل من a و b ؟

3- تحقق من أن حل المعادلة هو: $q(t) = \alpha(1-e^{-\beta.t})$ ،

ماذا يمثل كل من α و β ؟

4- الشكل (2) يمثل تغيرات المقدار $\frac{dq}{dt}$ بدلالة q(t) :



الشكل 2

بالاعتماد على الشكل (2)أوجد كل من:

- ثابت الزمن τ للدارة.
- سعة المكثفة C.
- القوة المحركة الكهربائية للمولد E.

حل التمرين الثالث :

1- العبارة الحرفية للتوترات:

$$U_{R2} = R_2.i \quad , U_c = \frac{q}{C} \quad , U_{R1} = R_1.i, \ U_E = E$$

2- بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = \frac{q}{C} + (R_2 + R_1).i$

ومنه: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2).C}q - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$ ①...............

وهي من الشكل: $\frac{dq}{dt} + aq - b = 0$ ، حيث $a = \frac{1}{(R_1+R_2).C}$ و $b = \frac{E}{R_1+R_2}$

3- التحقق من الحل: لدينا $q(t) = \alpha(1-e^{-\beta.t})$ ، ومنه: $\frac{dq}{dt} = \alpha.\beta.e^{-\beta.t}$

بالتعويض في المعادلة نجد: $\alpha.\beta.e^{-\beta.t} + \frac{1}{(R_1+R_2).C}\alpha(1-e^{-\beta.t}) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$

ومنه: $(\beta - \frac{1}{(R_1+R_2).C})\alpha.e^{-\beta.t} + \frac{1}{R_1+R_2}(\frac{\alpha}{C} - E) = 0$

حيث: $\beta = \frac{1}{(R_1+R_2).C} = \frac{1}{\tau}$ و $\alpha = E.C = Q$

4- معادلة المنحنى: $\frac{dq}{dt} = -2q + 20\times10^{-4}$ ، أي: $\frac{dq}{dt} + 2q - 2\times10^{-3} = 0$ ....②

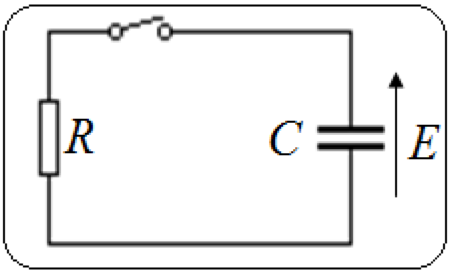
بمطابقة ① و ② نستنتج أن: $\frac{1}{(R_1 + R_2).C} = 2$ و $\frac{E}{R_1 + R_2} = 2\times10^{-3}$

ومنه: $\tau = (R_1+R_2)C = 0,5s$

و $C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} = \frac{0,5}{5\times10^3} = 10^{-4} F$

و $E = (R_1 + R_2).2\times10^{-3} = 10V$

التمرين الرابع:



يمثل الشكل المقابل دارة كهربائية تحتوي على مكثفة مشحونة،
سعتها $C = 56\mu F$ و التوتر بين طرفيها $E = 4,0V$
ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ و قاطعة:

1 - في اللحظة $t = 0$ نقوم بغلق القاطعة. ما هي قيمة التوتر u_C بين طرفي المكثفة عند هذه اللحظة؟

2 - أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة.

3 - تأكد أن المعادلة $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ تعتبر حلا للمعادلة التفاضلية.

4 - أعط عبارة طاقة المكثفة بدلالة الزمن و هذا من أجل $t > 0$

5 - أحسب قيمة هذه الطاقة من أجل $t = \tau$ ثم من أجل $t = 10ms$

حل التمرين الرابع :

1 - قيمة التوتر u_C بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = 0$ هي: $u_C = 4,0V$

2 - بتطبيق قانون العروة على هذه الدارة نجد: $u_C + u_R = 0$

و منه نكتب: $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$ و نعوض بعد ذلك $\tau = RC$ فنصل إلى النتيجة التالية: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$

3 - نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$\frac{d\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \qquad\qquad -\frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} = 0$$

نلاحظ أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

4 - عبارة طاقة المكثفة من أجل $t > 0$ تكون: $E = \frac{1}{2}Cu_C{}^2$

$$E = \frac{1}{2}C.\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right]^2$$

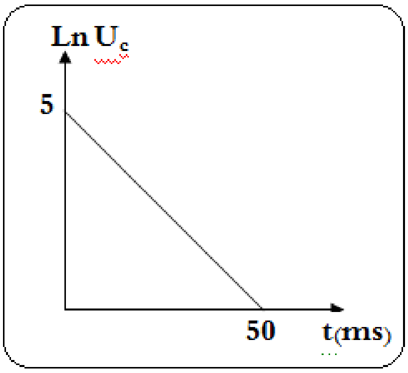
5 - قيمة هذه الطاقة من أجل $t = \tau$ هي: $E = 6,1.10^{-5} j$ و تكون قيمتها من أجل $t = 0,01s$: $E = 1,3.10^{-5} j$

التمرين الخامس:

في دارة كهربائية حيث R=100Ω، نضع البادلة K في الوضع 1 لشحن المكثفة ثم نغيرها الى الوضع 2 عند t=0

1 - أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة U_c و بين أن حلها من الشكل $Uc = Ee^{-t/RC}$

2 - يمثل البيان المقابل: $\ln U_c = f(t)$



- أكتب العبارة البيانية : $\ln U_c=f(t)$
- أكتب عبارة ثابت الزمن τ لثنائي القطب وبين انه متجانس مع الزمن ثم استنتج قيمته .
- استنتج سعة المكثفة C
- اوجد قيمة E

حل التمرين الخامس

1 - المعادلة:
$$Uc+U_R=0 \Rightarrow Uc+RC\frac{dUc}{dt}=0$$
$$\frac{dUc}{dt}+\frac{1}{RC}Uc=0$$

نعوض الحل $Uc=Ee^{\frac{-t}{RC}}$ في المعادلة نجده محقق

2 - العبارة البيانية: البيان خط مستقيم لا يمر بالمبدأ ميله سالب معادلته: $\ln Uc=at+b$

عبارة τ : $\tau = RC$

وحدة τ : $[\tau]=[R].[C]=\frac{[U]}{[I]}.\frac{[I].[t]}{[U]}=[t]=s$

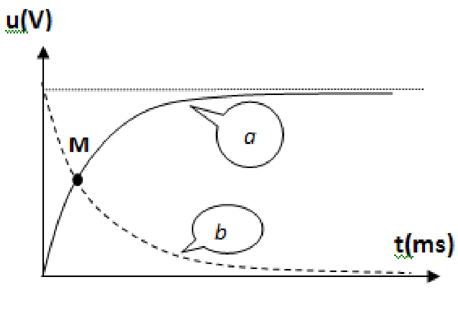
قيمة τ:
$$\ln Uc=-\frac{t}{\tau}+\ln E \Rightarrow a=-\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau=\frac{1}{a}$$
$$a=-\frac{5}{0.05}=-100 \Rightarrow \tau=\frac{1}{100}=0.01s$$

حساب C:
$$C=\frac{\tau}{R}=\frac{0.01}{100}=10^{-4}F=10\mu F$$

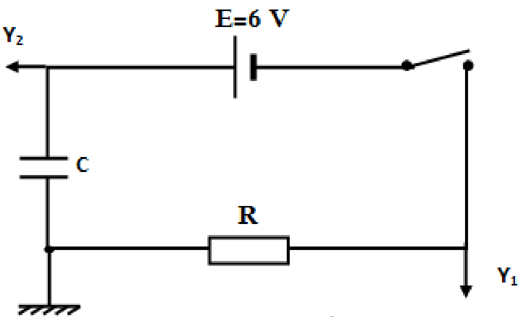
التمرين السادس:

I - من أجل تعيين السعة C لمكثفة غير مشحونة نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بـ (الشكل1)

عند غلق القاطعة في اللحظة t=0 ، نشاهد على شاشة راسم الاهتزاز الرقمي المنحنيان (a) و (b) (الشكل2)



الشكل-2



الشكل-1

1 - أ- حدد المدخل والمنحنى الموافق لكل من التوترين $u_c(t)$ و $u_R(t)$.

ب- أكتب عبارتي التوترين السابقين بدلالة مميزات الدارة

جـ باستعمال العبارتين السابقتين حدد إحداثيي النقطة (M) .

2 - أ- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية لتطور الشحنة Q(t).

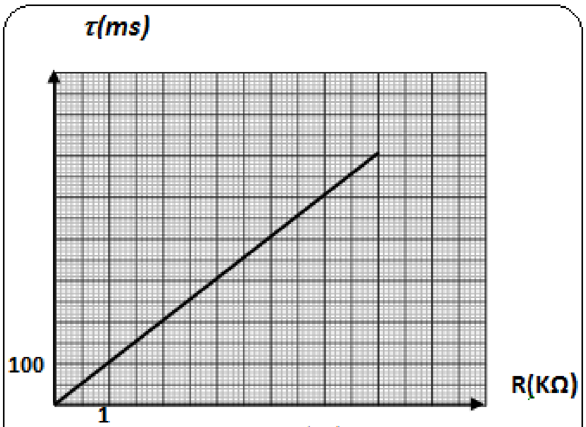
ب- إذا كانت العبارة: $Q(t) = CE + e^{Bt}$ حلا لهذه المعادلة.

إستنتج عبارتي الثابتين α و β بدلالة عناصر الدارة.

II)- نغير في كل مرة قيمة R ونتابع تطور التوتر بين طرفي المكثفة

ثم نعين ثابت الزمن $\tau = f(R)$ النتائج التجريبية تسمح برسم المنحنى ا

بالشكل3



الشكل-3

1 - أكتب علاقة نظرية تتوافق مع هذا البيان.

2 - استنتج من البيان قيمة السعة C للمكثفة.

3 –أحسب الشحنة الأعظمية المخزنة في المكثفة .

حل التمرين السادس:

1/أ- المنحنى (a) يوافق $u_c(t)$ الذي نقرأه على Y_2

- ا المنحنى (b) يوافق $u_R(t)$ الذي نقرأه على Y_1

ب- عبارة التوترين:

$$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$
$$u_R(t) = E.e^{-t/\tau}$$

جـ- تحديد إحداثيي M :

عندما يتقاطع المنحنيين يكون: $u_C(t) = u_R(t)$ ومنه: $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau}) = E.e^{-t/\tau}$

ومنه نجد: $t = \tau \ln 2$ بالتعويض في أحد الحلين نجد: $U_C(t) = \frac{E}{2}$ ومنه $M(\tau \ln 2 , \frac{E}{2})$:

2/- أ- المعادلة التفاضلية لـ $Q(t)$

بتطبيق (ق ج ت): $u_C(t) + u_R(t) = E$ حيث: $\begin{cases} u_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \\ u_R(t) = R.\frac{dQ(t)}{dt} \end{cases}$

ومنه: $\frac{Q(t)}{C} + R.\frac{dQ(t)}{dt} = E$ ومنه: $\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{RC}.Q(t) = \frac{E}{R}$

ب- تبيين أن العبارة حلا للمعادلة التفاضلية:

لدينا: $Q(t) = CE + \alpha.e^{\beta t}$

تحديد α: $Q(0)=CE+\alpha = 0$: $t=0$ ومنه: $\alpha = -CE$

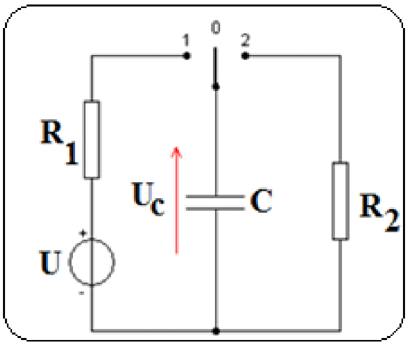
تحديد β: باشتقاق الحل وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\beta = -\frac{1}{RC}$

II) 1- العلاقة النظرية: $\tau = C.R$

2 - استنتاج قيمة C: من العلاقة السابقة والبيان: $C = \frac{\tau}{R} = 10^{-4}(F)$

3- حساب Q_{max} : $Q_{max}=CE=6.10^{-4}$ (c)

التمرين السابع:



عند دراسة عملية شحن وتفريغ مكثفة يقوم تلميذ بتوصيل العناصر الكهربائية حيث يضع القاطعة في الوضع 1 لمدة معينة حتى تشحن المكثفة ثم يضعها في الوضع 2 فيتحصل على البيان المسجل في الأسفل

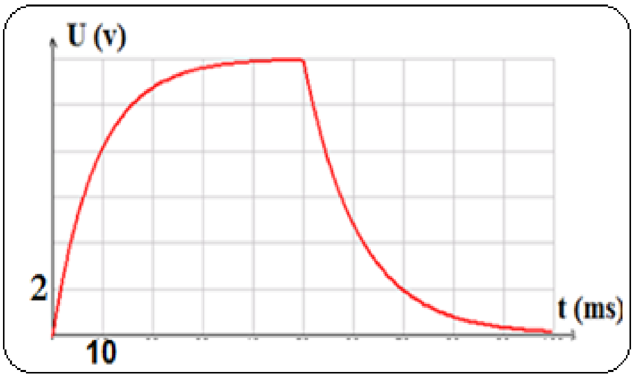
دراسة عملية الشحن:

1 - ما هو التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن ؟

2 - اكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة.

3 - حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $U_C = E\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ أوجد عبارة الثابت τ ثم احسب قيمته

4 - أحسب قيمة سعة المكثفة إذا علمت أن $R_1 = 40\ \Omega$



دراسة عملية التفريغ:

1 - مثل دارة التفريغ وحدد جهة التيار

2 - اكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة

3 - نضع $\tau = R\ C$. تحقق أن $U(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$ هي حل للمعادلة التفاضلية

4 - احسب قيمة المقومة R_2

حل التمرين السابع:

دراسة عملية الشحن:

1 - التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن $U_C = 12\ Volt$

2 - كتابة المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة :

حسب قانون التوترات $U_C + R_1C\frac{du_c}{dt} = E \Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R_1C}U_C = \frac{E}{R_1C}$

3 - حل المعادلة من الشكل : $U_C = E\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

وباشتقاق العبارة السابقة تتحصل على $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$

وبتعويض في المعادلة التفاضلية نجد أنه لتقبل بأن يكون حلا يجب أن يكون $\tau = R_1C$

ثابت الزمن τ يساوي 10ms (فهو يمثل فاصلة نقطة تقاطع ميل المماس عند t=0)

4 - قيمة سعة المكثفة: $\tau = R_1C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} \Rightarrow C = 0.25*10^{-3}F$

دراسة عملية التفريغ:

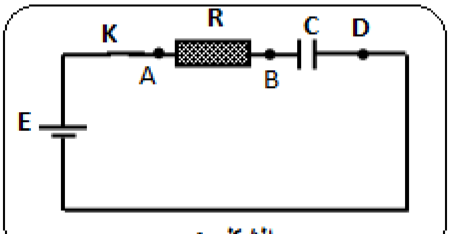
1 - تمثيل الدارة و تحديد جهة التيار

2 - كتابة المعادلة التفاضلية $U_C + R_2C\frac{du_c}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R_2C}U_C = 0$

3 - تحقق من أن U_C حلا للمعادلة $U_C = Ee^{\frac{-t}{R_2C}}$ وباشتقاق نجد أن $\frac{du_c}{dt} = \frac{-E}{R_2C}e^{\frac{-t}{R_2C}}$ نعم تقبل حلا

4 - حساب R_2 $\tau = R_2C \Rightarrow R_2 = \frac{\tau}{C} = 60\Omega$

التمرين الثامن:



الشكل-1-

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل – 1من العناصر التالية موصولة

على التسلسل : مولد كهربائي توتره ثابت مكثفة سعتها c=250 µf

ناقل أومي مقاومته – قاطعة

عند اللحظة الزمنية t=0 تكون المكثفة غير مشحونة، نغلق القاطعة K

1 - بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن Uc(t) تعطى بالعبارة.

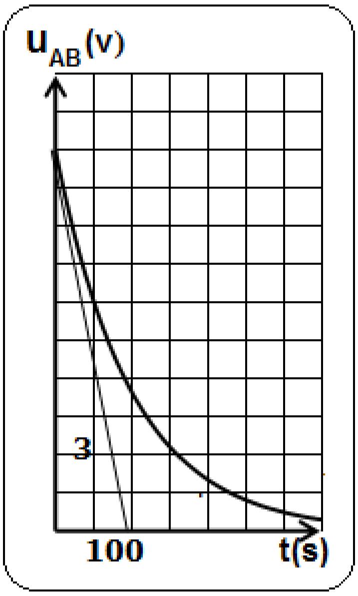
$$E = u_C(t) + R.C.\frac{du_C(t)}{dt}$$

2 - أعط عبارة الثابت المميز للدارة ،و بين انه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات

3 - بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $U_C = E\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ حلا لها.

4 - أستنتج العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي

5 - لإظهار التطور الزمني للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الاومي نصله براسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة.



أ - أنقل الشكل-1- على ورقة الإجابة ومثل عليه كيفية ربط راســم الإهتــــزاز لمشاهدة التوتر بين طرفي المقاومة .

ب -عين بيانيا قيمة كل من E و τ و R .

6 - بين أن العبارة الحرفية للزمن t_1 عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة Uc يساوي U_1 تعطى بالعلاقة: $t_1 = \tau.\ln(\frac{E}{E-U_1})$ ثم أحسب قيمة t_1 من أجل $U_1=10$

حل التمرين الثامن:

1– المعادلة التفاضلية:

حسب قانون جمع التوترات : $u_C + u_R = E \rightarrow (1)$

و حيث أن : $u_R = Ri$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $\Leftarrow u_R = RC \times \frac{du_C}{dt}$ $\frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$

و بالتعويض في (1) نجد : $u_C + RC \times \frac{du_C}{dt} = E \rightarrow (2)$

2 – عبارة τ وحدته : لدينا : $\tau = RC$

$[\tau] = [RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] \times [t]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [t]$ ومنه τ هي وحدة زمن .

3 – التحقق من الحل :

لدينا : $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

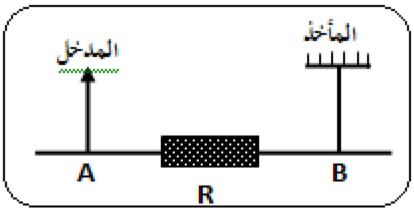
نعوض عن $u_C(t)$ و $\frac{du_C}{dt}$ في العلاقة (2) فنجد :

$E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} + RC \times \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow E = E$ و هي محققة .

4 – العبارة الحرفية لشدة التيار :

لدينا : $i = C\frac{du_C}{dt} = C \times \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

5 – أ) طريقة الربط:



ب) تعين قيمة كل من : E, τ, R :

من البيان لدينا : $E = 15V$ (تقاطع المنحني مع محور التراتيب) .

$\tau = 100S$ (تقاطع المماس مع محور الفواصل) .

و منه : $R = \frac{\tau}{C} = \frac{100}{250 \times 10^{-6}} \Rightarrow R = 400K\Omega$

6- العبارة: $u_C + u_R = E \Rightarrow u_R = E - u_C \Rightarrow Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E - u_C$

لدينا $\Rightarrow \frac{E}{E - u_C} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow t_1 = \tau \ln(\frac{E}{E - u_1})$

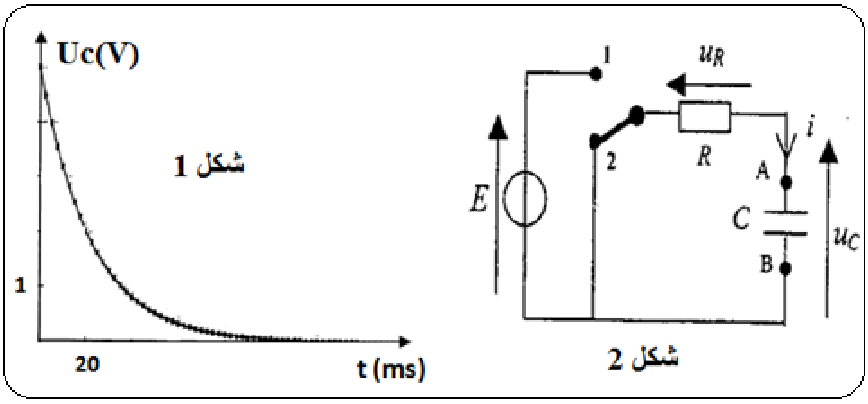
قيمة t_1 :

$t_1 = 100 \ln(\frac{15}{15-10}) \Rightarrow t_1 \approx 110S$

التمرين التاسع:

لتكن الدارة المجاورة لدراسة تطور التوتر بين طرفي المكثفة (Uc) . تعطى (E = 5V) .
في البداية البادلة في الوضع (2) منذ مدة زمنية والمكثفة غير مشحونة . والدارة موصلة بحاسوب وواجهة دخول تسمح برؤية المخططات مثل (Uc) بدلالة الزمن .

1 - اذكر الخطوات التجريبية للحصول على البيان شكل - 2 –



2 - حسب توجيه التيار في الدارة حدد جهة تيار التفريغ .

3 - اكتب العلاقة بين شدة التيار (i) والتوتر (U_R) للناقل الأومي .

4 - اكتب العلاقة بين الشحنة (q) للبوس (A) للمكثفة والتوتر (Uc).

5 - اكتب العلاقة بين (i) والشحنة (q) .

6 - أ - اثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها (Uc) تعطى بالعبارة: $u_C+\frac{1}{\alpha}.\frac{du_C}{dt}=0$

ب - اكتب عبارة $\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ ثم بين طبيعته وماذا يمثل ؟

جـ - تعطى معادلة توتر المكثفة بالعبارة : $u_C=E.e^{-\alpha.t}$

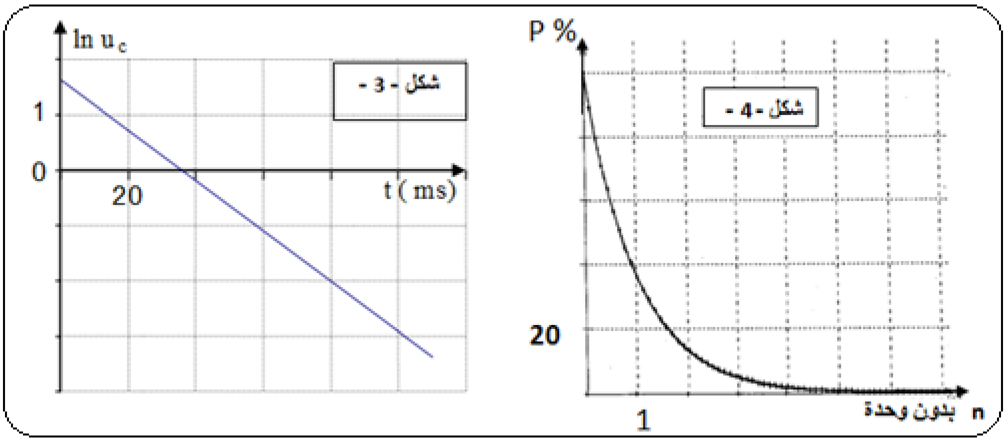
تحقق بأن هذه العبارة حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

7 - تعطى معادلة المنحني البياني شكل -3- : $\ln Uc = -45,5.t+1.61$

أ - اكتب العبارة النظرية لهذا المنحني .

ب - احسب قيمة (τ) الزمن المميز لهذ ه الدارة .

8 - تسمح الدراسة بتعريف مقدارين جديدين هما:



- النسبة المئوية للشحنة المتبقية عند اللحظة (t) : $P = 100.\frac{u_C}{E}$

- زمن تفريغ المكثفة: $n = \alpha.t = \frac{t}{\tau} \Rightarrow t = n.\tau$

البيان (شكل - 4 -) يمثل تغيرات (P) بدلالة (n) .

أ - من اجل (n = 1) حدد بيانيا النسبة المئوية للشحنة المتبقية.

ب - من اجل أي قيمة لـ (n) يمكن اعتبار عملية التفريغ قد تمت.

جـ - احسب اصغر مدة زمنية يستغرقها غلق البادلة ليتم الشحن الكلي للمكثفة . علل .

حل التمرين التاسع:

1 - للحصول على البيان (2) نضع البادلة في الوضع (1) ثم في الوضع (2) (أي شحن المكثفة ثم تفرغها لأن المخطط للتفريغ

2 - جهة تيار التفريغ سالبة معاكسة للجهة الاصطلاحية .

3 - العلاقة هي: $u_R = R.i$

4 - العلاقة هي: $u_C = q/C$

5 - العلاقة هي : $i = \frac{dq}{dt}$

6 - ا بتطبيق قانون التوترات نجد : $u_R + u_C = 0 \Rightarrow u_C + R.i = u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = 0$

ب - بالمطابقة: $\frac{1}{\alpha} = RC$ - متجانس مع الزمن (التحليل البعدي) - يمثل الزمن المميز للدارة .

ج التحقيق: نشتق ثم نعوض في المعادلة التفاضلية.

7 - ا العبارة النظرية : $u_c = E\,e^{-\alpha.t} \Rightarrow \ln u_C = -\alpha t + \ln E$

ب حساب (τ) : $\tau = \frac{1}{45,5} \approx 22,2\ ms$

1. ا من اجل n = 1 نجد : $p \approx 37\%$

ب تغتبر عملية التفريغ قد تمت من اجل : $p \approx 0 \Rightarrow n \geq 5$

ج اصغر مدة زمنية يستغرقها غلق البادلة من اجل الشحن التام هي : $\Delta t \approx 5\tau \approx 5\times 22,2 \approx 111ms$

التمرين العاشر:

وشيعة ذاتيتها L=1H ومقاومتها الداخلية (r) تعطى شدة التيار الكهربائي المار في هذه الوشيعة خلال تطوره نحو قيمة ثابتة غير معدومة بالعلاقة التالية: $i(t) = 12\,(1-e^{-2t})$ حيث $t\,(s)$ ، $i\,(A)$.

1 - أوجد قيمة مقاومة الوشيعة.

2 - عبر عن الطاقة المتولدة في الوشيعة بدلالة $(L$ ، I_0 ، $t)$.

3 - أوجد قيمة هذه الطاقة عند اللحظات $t = 0$ ، $t = \tau$ ، $t \to \infty$.

حل التمرين العاشر :

1 - قيمة مقاومة الوشيعة

لدينا :

$$\begin{cases} i(t) = 12\,(1-e^{-2t}) \\ i(t) = I_0\,(1-e^{-t/\tau}) \end{cases}$$

بمطابقة العلاقتين نجد : $\frac{1}{\tau} = 2 \quad \Rightarrow \quad \tau = 0{,}5\ s$

2 - التعبير عن الطاقة المتولدة في الوشيعة بدلالة $(L$ ، I_0 ، $t)$.

$$E_L = \frac{1}{2}\cdot L \cdot i^2 = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I_0^2\,(1-e^{-2t})^2$$

3- قيمة الطاقة المتولدة في الوشيعة عند اللحظات :

* $t=0$ ، $E_L(0) = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I_0^2\,(1-e^{0})^2 = 0$

* $t=\tau$ ، $E_L(\tau) = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I_0^2\,(1-e^{-1})^2 = 0{,}287\ J$

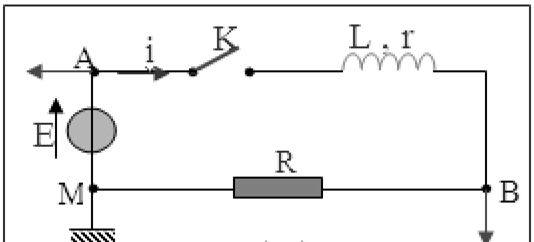
* $t\to\infty$ ، $E_L(\infty) = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I_0^2\,(1-0)^2 = 0{,}72\ J$

التمرين الحادي عشر :

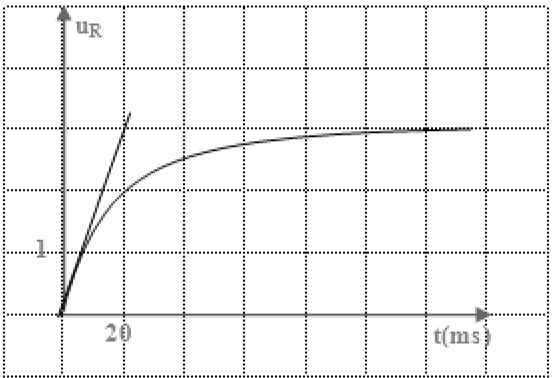
في التركيب التالي (الشكل 1) لدينا دارة تسلسلية تشتمل على :

وشيعة (L,r) ، ناقل أومي مقاومته $R = 50\,\Omega$ ، مولد مثالي يعطي توتر ثابت $E = 3{,}8\,V$ ، راسم اهتزاز، قاطعة.

عند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة فيظهر البيان التالي (الشكل 2):



الشكل 1



الشكل 2

1 - أكتب عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل Y_B بدلالة شدة التيار.

2 - أوجد القيمة العددية لشدة التيار المار بالدارة عند الحصول على النظام الدائم (I_0) .

3 - أكتب العبارة الحرفية التي تربط بين المقادير التالية : E , L , r , i , $\frac{di}{dt}$.

4 - أحسب المقاومة الداخلية للوشيعة وذاتيتها.

حل التمرين الحادي عشر:

1 - يظهر في المدخل Y_B التوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة، والذي يمثل صورة عن تطور شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن $u_R = R \cdot i$

2 - القيمة العددية لشدة التيار المار بالدارة عند الحصول على النظام الدائم (I_0) .

عند الوصول إلى النظام الدائم يكون: $u_R = 3\,V$ (الشكل 2) و عندها يكون $u_R = R \cdot I_0$

ومنه :
$$I_0 = \frac{u_R}{R} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ A$$

3 - العبارة الحرفية التي تربط بين المقادير التالية: $E , L , r , i , \frac{di}{dt}$.

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد : $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

ومنه :
$$E = \underbrace{L\frac{di}{dt} + r \cdot i}_{u_{AB}} + \underbrace{R \cdot i}_{u_{BM}}$$

$$E = L\frac{di}{dt} + (r+R) \cdot i$$

4 - حساب قيمة المقاومة الداخلية للوشيعة

عند الحصول على النظام الدائم يكون : $\frac{di}{dt} = 0$

ومنه :
$$E = (r+R) \cdot I_0 \Rightarrow r + R = \frac{E}{I_0} = \frac{3{,}8}{0{,}06} = 63{,}33\Omega$$

$$r + 50 = 63{,}33 \Rightarrow r = 13{,}33\Omega$$

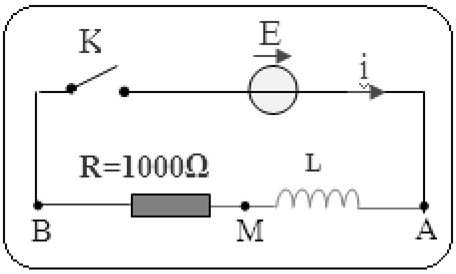
حساب قيمة ذاتية الوشيعة نرسم المماس للبيان عند المبدأ فيقطع المستقيم $u_R = u_{R(\max)}$ عند نقطة مسقطها على محور الأزمنة يحدد ثابت الزمن. $\tau = 20\ ms$

من جهة أخرى لدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$

ينتج أن : $L = (R+r) \cdot \tau = 63{,}33 \times 20 \times 10^{-3} = 1{,}26\ H$

التمرين الثاني عشر :

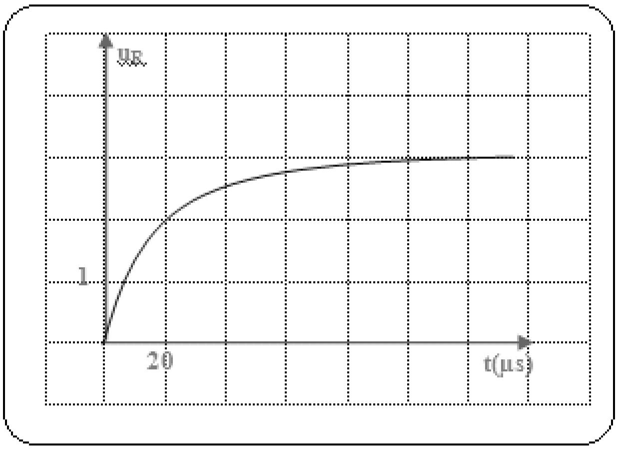
لدينا الدارة المبينة بالشكل التالي :



1 - بعد غلق القاطعة ، مثل بسهم على مخطط الدارة كلاً من التوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة والتوتر بين طرفي الوشيعة

2 - بواسطة راسم اهتزاز بذاكرة نستطيع الحصول على بيان تطورات u_R بدلالة الزمن بين طرفي المقاومة كما في البيان التالي: بين على الشكل كيف يتم توصيل راسم الاهتزاز لمعاينة u_{AM} في المدخل 1 و u_{BM} في المدخل 2 .

3 - لماذا يسمح $u_R(t)$ من دراسة تغير شدة التيار $i(t)$ ؟



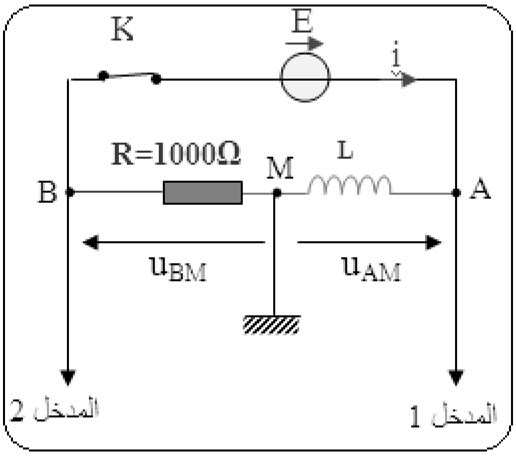
4 - تعطى شدة التيار المار بالدارة في كل لحظة أثناء تطوره نحو قيمة ثابتة غير معدومة بالعلاقة $I = I_0\ (1-e^{-t/\tau})$

أ- بين أن $i = 0{,}63 \cdot I_0$ من أجل $t=\tau$.

ب- عين قيمة τ بيانيا.

جـ - عين قيمة ذاتية الوشيعة.

حل التمرين الثاني عشر:



1 - تمثيل التوترات u_{AM} و u_{BM} بأسهم كما في المخطط .

2 - كيفية توصيل راسم الاهتزازات في المخطط .

ملاحظة : بأخذ اتجاه التيار الممثل في المخطط بعين الاعتبار فإن $u_{BM} = -u_R$ لذلك نستعمل زر قلب الإشارة للحصول على منحنى تغيرات $u_R(t)$.

3 - لدينا $u_R(t) = R \cdot i\ (t)$ ومنه $i\ (t) = \frac{u_R(t)}{R}$

بما أن R ثابتة فإن تطور التوتر بين طرفي المقاومة يمكننا من متابعة تطور شدة التيار الكهربائي (نقول أن تطورات التوتر بين طرفي المقاومة صورة عن تطورات شدة التيار الكهربائي).

4 -

أ- نبين أن $i = 0{,}63 \cdot I_0$ من أجل $t=\tau$.

* من أجل $t=\tau$ وبعد التعويض في عبارة شدة التيار نجد $I(\tau) = I_0\ (1-e^{-\tau/\tau}) = I_0\ (1-0{,}37) = 0{,}63 \cdot I_0$

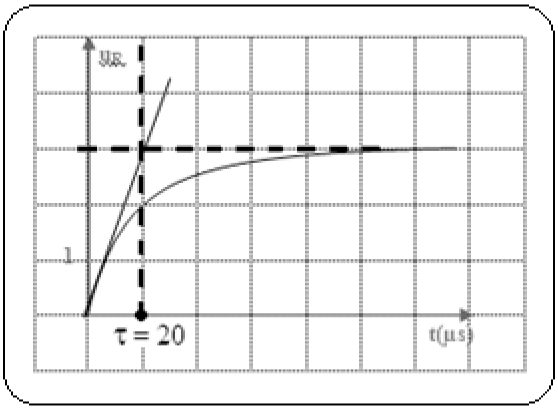
ب- تعيين قيمة τ بيانيا

من البيان بواسطة المماس عند المبدأ فإن فاصلة نقطة تقاطع هذا المماس مع المستقيم $u_R(t) = E$ تمثل ثابت الزمن للدارة فنجد: $\tau = 20\ \mu s = 20 \times 10^{-6}\ s$

جـ - تعيين قيمة ذاتية الوشيعة.

من عبارة ثابت الزمن لدينا $\tau = \frac{L}{R}$

ومنه : $L = R \cdot \tau = 1000 \times 20 \times 10^{-6} = 0{,}02\ H$



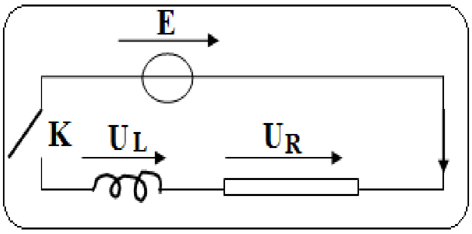
التمرين الثالث عشر:

يهدف هذا التمرين إلى إيجاد قيمة ذاتية وشيعة بطريقة تقريبية و مقارنتها بالقيمة التي يعطيها الصانع . نستعمل لهذا الغرض ، وشيعة كتب عليها الآتي : $L = 1.0\ H$ $r = 10\ \Omega$

مولد لتوتر ثابت $E = 10\ v$. ناقل أومي مقاومته $R = 1.0 k\Omega$

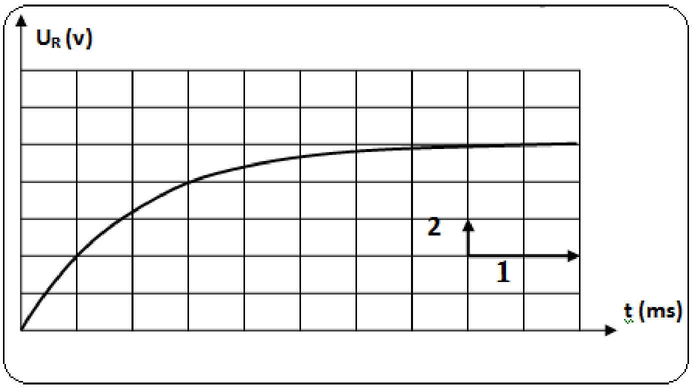
قاطعة بسيطة أسلاك توصيل و منظومة معلوماتية لحفظ المعلومات.

مخطط الدارة يعطى بالشكل المقابل



بعد تهيئة التجهيز و نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ و نسجل تطور التوتر بين طرفي الناقل الاومي R بدلالة الزمن .

نحصل على التسجيل الأتي :



1 - إذا اعتبرنا أن مقاومة الو شيعة r مهملة أمام مقاومة الناقل الاومي R أوجد المعادلة التفاضلية (القاطعة مغلقة) بدلالة $U_R(t)$.

بين أن المقدار L/R متجانس مع الزمن ..

2 - أحسب القيمة $U_R = 0.63\ U_{Rmax}$.

وبين أنها توافق قيمة U_R من أجل $t = \tau$

3 - استخرج بيانيا قيمة τ ثم استنتج قيمة ذاتية الو شيعة . هل تتفق مع قيمة الصانع؟

4 - احسب قيمة شدة التيار في النظام الدائم و بين أن فرضية إهمال مقاومة الو شيعة معقول

حل التمرين الثالث عشر

1 - المعادلة التفاضلية: $E = U_R + (L/R)dU_R/dt$

2 - $U_{max} = 10\ v$ $0.63\ U_{max} = 6.3\ v$ و هي القيمة الموافقة لما $t = \tau$

استعمال العلاقة: τ $U_R = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

3 - بيانيا : قيمة $\tau = 1\ ms$ طريقة المماس عند $t = 0$.

$\tau = L / R$. $L = 1\ H$ و هي تتفق مع قيمة الصانع .

4 - شدة التيار في النظام الدائم : حالة إهمال مقاومة الو شيعة : $Imax = E / R = 10\ mA$

حالة عدم إهمال مقاومة الو شيعة : $Imax = E / R+r = 9.9\ mA$ و عليه فإهمال مقاومة الو شيعة معقول .

التمرين الرابع عشر:

نريد معرفة سلوك وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r ، لذا نشكل دارة كهربائية تتكون من الوشيعة على التسلسل مع مولد قوته المحركة الكهربائية ثابتة $E= 12V$ و ناقل أومي مقاومته $R = 12\Omega$ و قاطعة K .

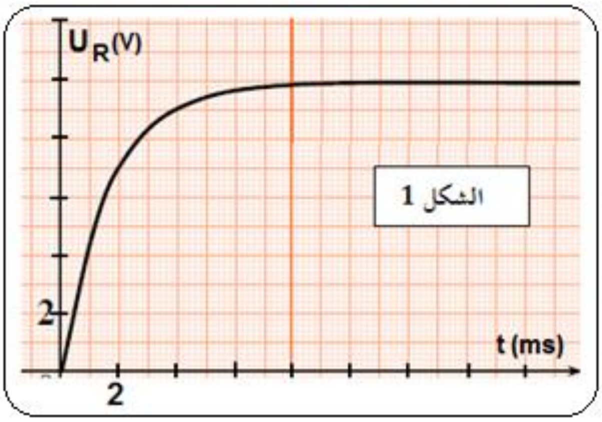
1 – ارسم مخطط الدارة الكهربائية و بيّن عليه الجهة الاصطلاحية للتيار و الأسهم الممثلة للتوترات الكهربائية بين طرفي كل ثنائي قطب : U_L , U_R , E .

2 – نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$:

أ / أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي التوتر U_R بين طرفي الناقل الأومي .

ب / بيّن أن المعادلة التفاضلية الناتجة تقبل العبارة : $U_R(t) = A\,(1-e^{-t/B})$ حلاً لها ما هو المدلول الفيزيائي للثابتين A و B ؟

جـ / نريد مشاهدة التوتر U_R بين طرفي الناقل الأومي باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة ، بيّن على المخطط السابق كيفية ربطه لتحقيق ذلك ؟



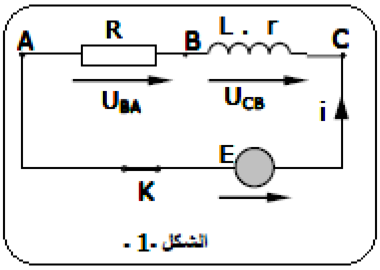
3 – بالاعتماد على المنحنى المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز و المعطى على الشكل – 1 – استنتج:

أ / قيمتي الثابتين A و B .

ب / المقاومة الداخلية للوشيعة r و ذاتيتها L .

4 – اكتب عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة بدلالة الزمن t ، استنتج قيمتها عند اللحظة $t = 14s$.

حل التمرين الرابع عشر



1 - مخطط الدارة :

2 - أ/ المعادلة التفاضلية بدلالة u_R بتطبيق قانون جمع التوترات

$$u_L + u_R = E$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} + ri \Rightarrow u_R + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R}u_R = E \Rightarrow \frac{R+r}{L}u_R = \frac{E\times R}{L}$$

$$i = \frac{u_R}{R}$$

ب/ حل المعادلة التفاضلية $u_R(t) = A\left(1-e^{-t/B}\right)$ حيث

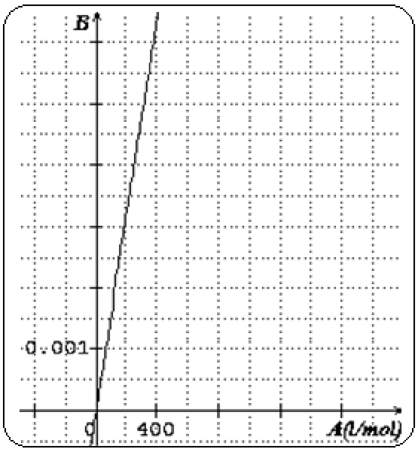
$$\begin{cases} A = \dfrac{R}{R+r}E = u_{R(\max)} \\ B = \dfrac{L}{R+r} = \tau \end{cases}$$

ج/ وصل راسم الاهتزاز المهبطي

3 - أ/ تحديد الثابتين : من البيان

$$\begin{cases} A = u_{R(\max)} = 10V \\ B = \tau = 1{,}6.10^{-3}s \end{cases}$$

ب/ المقاومة الداخلية: $\left\{ \dfrac{R}{R+r}E = u_{R(\max)} = 10 \Rightarrow r = \dfrac{E-10}{10}.R = 2{,}4\Omega \right.$



- ذاتية الوشيعة : $\left\{\frac{L}{R+r}=\tau \Rightarrow L=\tau(R+r)=0,023H\right.$

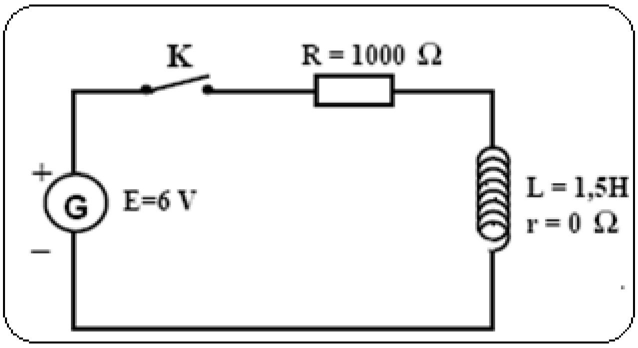
4- عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة :

$$E_{ele}=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{u_R}{R}\right)^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R+r}\right)^2\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2$$

عند اللحظة $t=14ms$ يكون $u_R=10V$ $E_{ele}=1,15J$

التمرين الخامس عشر:

لدراسة تطور شدة التيار المار عبر وشيعة نحقق الدارة التالية عند اللحظة t = 0 ، نغلق القاطعة K . يسمح حاسوب بتسجيل مباشر لتغيرات شدة التيار المارفي الدارة بتغير الزمن : i(t) .



1 - هل الوشيعة المستخدمة حقيقية أم مثالية ؟ علل .

2 - مثل على الدارة السابقة وبأسهم شدة التيار و التوترات بين طرفي المولد ، الناقل الأومي والوشيعة .

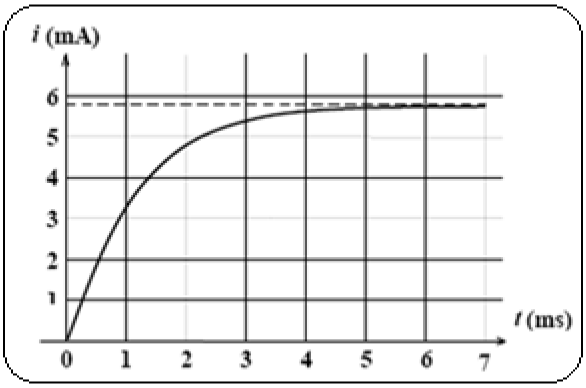
3 - أكتب قانون التوترات لهذه الدارة .ثم أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

4 - تأكد أن $i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$ هو حل لهذه المعادلة .

5 - أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ لثنائي القطب RL .

6 - يعطى لك البيان $i=f(t)$ المسجل من طرف الحاسوب :

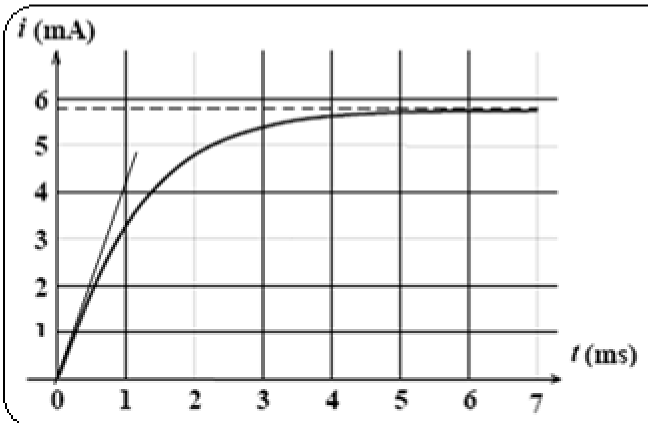
أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ و قارنه مع القيمة النظرية .

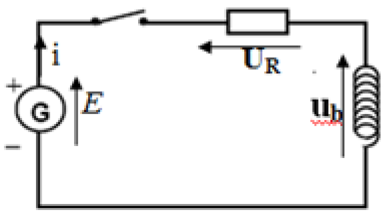


7 - لو إستبدلنا الوشيعة السابقة بمكثفة سعتها C .

ماهي قيمة C التي تجعل مدة شحن المكثفة تساوي مدة مقاومة الوشيعة لمرور التيارفيها ؟

حل التمرين الخامس عشر:





1 - الوشيعة مثالية لأن مقاومتها r مهملة .

2 - التمثيل: - قانون التوترات: $u_r + u_b = E$

3 - المعادلة التفاضلية : $Ri + L\frac{di}{dt} = E$

4 - التأكد: $E - Ee^{-\frac{R}{L}t} + Ee^{-\frac{R}{L}t} = E$ ، $R\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t}) + L(\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t}) = E$

وبما أن $E = E$ فإن الحل صحيح.

5 - العبارة الحرفية: $\tau = \frac{L}{R}$

6 - نرسم المماس للبيان عند المبدأ حتى يتقاطع مع المستقيم الأفقي $I = I_0 = 5.8mA$

ثم بالإسقاط العمودي نجد $\tau = 1.4ms$. نظريا : $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1.5}{10^3}s = 1.5ms$

7 - $C = \frac{L}{R^2} = \frac{1.5}{10^6}F = 1.5mF$ $\qquad RC = \frac{L}{R}$ $\qquad \tau = \tau'$