

**تمرين 21:** في هذا التمرين الأعداد تكتب

في النظام أساسها 4.

(1) أملء الجدول التالي:

(2) أنجز العملية التالية:

(أ)  $3223 + 132$

(ب)  $3223 - 132$

(ت)  $C = 3223 \times 132$

(3) أوجد أساس التعداد الذي يكون فيه:

$15 \times 23 = 411$

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

حل مختصر:	$3223 - 132 = 3041$	$3223 + 132 = 10010$
	$\alpha = 7$	

**تمرين 22:** (1) حول العدد  $98A$  المكتوب في النظام ذي الأساس 11 إلى نظام

ذي الأساس 10.

(2) حول العدد 1573 المكتوب في النظام العشري إلى نظام ذي الأساس 12.

(3) تحقق إذا كان:  $10141_5 = 1237_8$ 

**تمرين 23:** ليكن  $A$  عدد طبيعي يكتب في نظام مجهول  $302$  و  $B$  عدد طبيعي يكتب في نظام مجهول  $402$  ويكتب العدد  $A \times B$  في النظام الذي أساسه 9 على الشكل  $75583$ ،

ما هو أساس نظام التعداد الأول

حل مختصر:	$B = 2 + 4\alpha^2$	$A \times B = 50052$
	$12\alpha^4 + 14\alpha^2 - 50048 = 0$	$\alpha = 8$

**تمرين 24:**  $a$  عدد طبيعي حيث  $a > 5$  عدد طبيعي يكتب  $4452$  في النظام التعداد ذي الأساس  $a$  ويكتب  $2020$  في النظام التعداد ذي الأساس  $(a + 2)$ .

(1) بين أن  $a$  يحقق:  $a(2a^2 - 8a - 21) = 18$

(ب) عين قيمة  $a$ .(ج) اكتب العدد  $y$  في النظام العشري.

(2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $5^n$  على 9.  
(ب) استنتج باقي قسمة العدد:  $4^{2013} + 3y^{2011} - y^{2010}$  على 9.

حل مختصر:

$5^{6n} \equiv 1 \left[ 9 \right]; 5^{6n+1} \equiv 5 \left[ 9 \right]; 5^{6n+2} \equiv 7 \left[ 9 \right]$	$a \in D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$
$5^{6n+3} \equiv 8 \left[ 9 \right]; 5^{6n+4} \equiv 4 \left[ 9 \right]; 5^{6n+5} \equiv 2 \left[ 9 \right]$	$a > 5; a \in \{6; 9; 18\}$
	$a = 6$
$5^{6 \times 335} - 3 \times 5^{6 \times 335 + 1} + (-1)^{2013} \equiv 3 \left[ 9 \right]$	$y = 1040$

## تمرين 27:

نعتبر العدد الطبيعي  $n$  الذي يكتب في النظام العددي الأساس 7 كما يلي

$$n = 11\alpha 00 \text{ حيث } \alpha \text{ عدد طبيعي.}$$

- (1) عين  $\alpha$  حتى يكون  $n$  قابلاً للقسمة على 3.
- (2) عين العدد  $\alpha$  حتى يكون  $n$  قابلاً للقسمة على 5. استنتج قيمة  $\alpha$  حتى يكون قابلاً للقسمة على 15.
- (3) نأخذ  $\alpha = 4$  اكتب العدد  $n$  في النظام العشري.

مبرهنة بيز:  $a, b$  أوليين في ما بينهما إذا وجد  $(\alpha; \beta)$  ، عددين صحيحة بحيث:

$$\alpha a + \beta b = 1$$

$$(2) \quad a = 3n - 1, \quad b = -2n + 1 \quad (\alpha; \beta) = (2; 3)$$

تمرين 25: (1) عين الثنائية الصحيحة  $(x; y)$  حلول المعادلة  $56x + 45y = 1$

(2) استنتج الثنائية الصحيحة  $(x'; y')$  التي تحقق المساواة التالية:  $56x' + 45y' = 3$

$$\text{حل مختصر} \quad R1 : (x; y) = (-4; 5) \quad R2 : (x'; y') = (-12; 15)$$

(1) تمرين 26: احسب  $\text{pgcd}(765; 459)$

(2) حل في  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  المعادلة:  $765x + 459y = 1683$

(3) عين الحلول  $(x; y)$  للمعادلة السابقة بحيث:  $|x| + |y| < 10$

$R2 : (x_0; y_0) = (-2; 7) /$ $(x; y) = (3k - 2; -5k + 7)$	$R1 : \text{pgcd}(x; y; z) = 153$	حل مختصر ر
	$R3 : (x; y) = ((-2; 7); (1; 2); (4; -3))$	

تمرينات عامة

**بكالوريات شعبة تقني رياضي**

**دورة 2013 (الموضوع 2)**

$x$  و  $y$  عدنان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول

$$(x; y) \text{ التالية : } 11x + 7y = 1.$$

(1) أ- عيّن  $(x_0; y_0)$  ، حلول المعادلة (E) الذي يحقق:

$$x_0 + y_0 = -1. \text{ ب- استنتج حلول المعادلة (E).}$$

(2)  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان و  $S$  العدد الذي يحقق: 
$$\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$$

(أ) بيّن أن  $(a; -b)$  حل للمعادلة (E).

(ب) ماهو باقي القسمة الأقليدية للعدد  $S$  على 77

**دورة 2012 (الموضوع 1)**

1- أنرس، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، بواقي قسمة  $9^n$  على 11

2- ماهو باقي قسمة العدد  $2011^{2012}$  على 11 ؟

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، العدد :

$$2011^{2012} + 2011^{10n} + 4 \times 9^{10n+1} + 4 \times 9^{10n+1}$$

4- عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث يكون العدد:

$$2011^{2012} + 2n + 2$$

**دورة 2012 (الموضوع 2)**

نسمي (S) الجملة التالية : 
$$\begin{cases} x = 3[15] \\ x = 6[7] \end{cases}$$
 حيث  $x$  عدد صحيح

1- بيّن أن العدد 153 حل للجملة (S).

2- إذا كان  $x_0$  حلا لـ (S) ، بين أن:

$$(x \text{ حلا لـ } (S)) \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = 0[5] \\ x - x_0 = 0[7] \end{cases}$$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب ، فإذا استعمل

علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب و إذا استعمل علبا تتسع

لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500

و 600 كتابا ، ما عدد هذه الكتب ؟

**دورة 2011 (الموضوع 2)**

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

$$1- \text{تحقق أن : } 4 = -3[7] \text{ ثم بيّن أن : } A_7 = 6[7]$$

2- أنرس، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، بواقي قسمة  $2^n$  و  $3^n$  على 7

3- بيّن أنه إذا كان  $n$  فرديا فإن:  $A_n + 1$  يقبل القسمة على 7.

و استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{2011}$  على 7.

4- ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{1000}$  على 7.

**دورة 2010 (الموضوع 1)**

نعتبر العدد الطبيعي  $n$  الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس

7 كمايلي:  $n = 11\alpha 00$  حيث  $\alpha$  عدد طبيعي .

1- عين العدد  $\alpha$  حتى يكون  $n$  قابلا للقسمة على 3 .

2- عين العدد  $\alpha$  حتى يكون  $n$  قابلا للقسمة على 5 .

استنتج العدد  $\alpha$  حتى يكون  $n$  قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ :  $\alpha = 4$  أكتب العدد  $n$  في النظام العشري.

**دورة 2010 (الموضوع 2)**

1- عين، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، بواقي قسمة  $10^n$  على 13

$$2- \text{تحقق أن : } [13] : 10^{2008} + 10^{2008} + 1 = 0.$$

3- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $10^{2n} + 10^n + 1 = 0[13]$

**دورة 2009 (الموضوع 1)**

1- حل المعادلة التفاضلية :  $y' = (\ln 2)y$  .

2- نسمي  $f$  الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق :  $f(0) = 1$

عين عبارة  $f(x)$  .

3-  $n$  عدد طبيعي .

(أ) أنرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد  $2^n$  .

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد  $f(2009) - 4$  .

4- (أ) أحسب بدلالة  $n$  ، المجموع  $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$

(ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها  $S_n$  يقبل القسمة

على 7

**دورة 2008 (الموضوع 1)**

$n$  عدد طبيعي أكبر من 5 .

1-  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث:  $a = n - 2$  و  $b = 2n + 3$

أماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين  $a$  و  $b$

ب- بين أن العددين  $a$  و  $b$  من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان

$n + 5$  مضاعفا للعدد 7.

ج- عين قيم  $n$  التي من أجلها  $\text{PGCD}(a; b) = 7$  .

2- نعتبر العددين الطبيعيين  $p$  و  $q$  حيث :

$$p = 2n^2 - 7n - 15 \text{ و } q = n^2 - 7n + 10$$

أ- بيّن أن كل من العددين  $p$  و  $q$  يقبل القسمة على  $n - 5$

ب- عين تبعا لقيم  $n$  وبدلالة  $n$  ،  $\text{PGCD}(p; q)$  .

1.  $n$  عدد طبيعي. نختبر العددين الصحيحين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:

$$\beta = n + 3 \text{ و } \alpha = 2n^2 - 14n + 2$$

أبين أن :  $\text{PGCD}(\alpha; \beta) = \text{PGCD}(\beta; 10)$

بما هي القيم الممكنة للعدد  $\text{PGCD}(\alpha; \beta)$ .

جد عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون :

$$\text{PGCD}(\alpha; \beta) = 5$$

2. أ. ادرس، بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 11

ب. عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق الجملة التالية

$$\begin{cases} 4^{2n} + 4^n + n = 0 & [11] \\ n = 2 & [10] \end{cases}$$

1. أ. عين الأعداد الطبيعية  $n$  التي تحقق :  $2n + 27 = 0[n + 1]$

ب. عين الثنائيات  $(a; b)$  من الأعداد الطبيعية ، حيث :

$$(b - a)(a + b) = 24$$

ج. استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها  $\sqrt{24}$ .

2.  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس

خمس على الشكل  $\alpha = 10141$  و  $\beta = 3403$ .

أ. اكتب العددين  $\alpha$  و  $\beta$  في النظام العشري.

ب. عين الثنائية  $(a; b)$  من  $\mathbb{N}^2$  حيث :  $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

3. أ. القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434 ثم استنتج

القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478

ب. حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  التالية :

$$2013x - 1434y = 27$$

نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  التالية :

$$2011x - 1432y = 31 \dots (I)$$

1. أبين أن العدد 2011 أولي .

ب. باستعمال خوارزمية إقليدس ، عين حلا خاصا  $(x_0; y_0)$

للمعادلة (1) ، ثم حل المعادلة (1).

2. أ. عين تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  ، باقي القسمة الإقليدية

للعدد  $2^n$  على 7 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد

$2011^{1432}$  على 7.

ب. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  والتي من أجلها يكون

$$2010^n + 2011^n + 1432^n = 0[7]$$

3.  $N$  عدد طبيعي يكتب  $2\gamma\alpha\beta$  في نظام التعداد الذي أساسه

9 حيث :  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  بهذا الترتيب تشكل حدودا لمتتالية

حسابية متزايدة تماما و  $(\beta; \gamma)$  حل للمعادلة (1).

عين  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  ثم اكتب  $N$  في النظام العشري.

1) نعتبر المعادلة :  $13x - 7y = -1 \dots (E)$

حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان . حل المعادلة (E).

2) عين الأعداد الصحيحة النسبية  $a$  بحيث :  $\begin{cases} a = -1 & [7] \\ a = 0 & [13] \end{cases}$

3) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  ، بواقي قسمة  $9^n$  على

كلا من 7 و 13

4) ليكن العدد الطبيعي  $b$  المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس

9 كمايلي:  $\alpha 00\beta 086$  حيث  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان طبيعيان و  $\alpha \neq 0$

عين  $\alpha$  و  $\beta$  حتى يكون  $b$  قابلا للقسمة على 91.

1- برهن أنه من أجل  $n \in \mathbb{N}$  ، العدد  $3^{2n} - 1$  يقبل القسمة على 13

2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، يقبل كل من

العددين  $3^{2n+1} - 3$  و  $3^{2n+2} - 9$  القسمة على 13.

3- عين ، حسب قيم  $n$  ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $3^n$  على 13

واستنتج باقي قسمة  $2005^{2010}$  على 13.

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $p$  :  $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$

أمن أجل  $p = 3n$  ، عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_p$  على 13

ب. برهن أنه من أجل  $p = 3n + 1$  ، فإن  $A_p$  يقبل القسمة على 13

ج. عين باقي القسمة الإقليدية لـ  $A_p$  على 13 من أجل  $p = 3n + 2$

5- يكتب العدنان  $a$  و  $b$  في نظام العد ذي الأساس 3 كمايلي:

$$a = 1001001000 \text{ و } b = 1000100010000$$

**بكالوريات شعبتي الرياضيات و العلوم دقيقة (نظام قديم)**

**دورة 1997 (علوم دقيقة)**

- (1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 2490، 32785 و 2905
- (2) حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $7x + 6y = 79$  (لاحظ  $72+7=79$ )
- (3) اشترى نادي كرة يد ملابس رياضية للاعبيه ، إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 دج و ثمن بذلة اللاعب هو 2490 دج وعلمنا أن النادي دفع في المجموع 32785 دج ما هو عدد اللاعبين واللاعيات؟

$$PGCD(x; y) = 19 \text{ و } x + 7y = 1995$$

**دورة 1996 (علوم دقيقة)**

- a و b، c أعداد طبيعية حيث :  $1 \leq a \leq b \leq c$
- عَيِّن a و b، c والجداء abc علما أن في النظام ذي الأساس a يكون  $b+c=46$  و  $bc=555$ .

**دورة 1997 (علوم دقيقة)**

- (1) عين القاسم المشترك الأكبر للإعداد 1996 ، 1497 و 2994
- (2) لتكن المعادلة  $1996x - 1497y = 3994$ ....(1)
- حيث x و y عدنان صحيحان.
- أثبت أن x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2 ثم عين حلول المعادلة (1).

- عين الحلول (x; y) للمادلة (1) بحيث يكون:  $x.y = 1950$

**دورة 1992 (علوم دقيقة)**

- (1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1885 و 580
- (2)  $\alpha$  عدد صحيح . نعتبر المعادلة  $1885x - 580y = \alpha$ ....(1)
- أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يحققه  $\alpha$  حتى تقبل المعادلة (1) حولا في  $\mathbb{Z}^2$ .
- (3) نفرض فيمايلي أن :  $\alpha = 1305$
- حل المعادلة (1).
- أوجد الحلول (x; y) بحيث يكون x قاسما للعدد y.

**دورة 1992 (علوم دقيقة)**

- (1) حل في المجموعة  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $18x + 4y = 84$
- ماهي الحلول (x; y) لهذه المعادلة التي تحقق  $x.y > 0$
- (2) n عدد طبيعي يكتب  $30\alpha\beta\gamma$  في النظام ذي الأساس 5 ويكتب  $55\alpha\beta$  في النظام ذي الأساس 7.
- عَيِّن الأعداد الطبيعية  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  ثم اكتب n في النظام العشري

**دورة 1990 (علوم دقيقة)**

- نعتبر في المجموعة  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $5x - 6y = 3$ ....(1)
- (1) أثبت أنه إذا كان (x; y) حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف لـ 3 ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).
- (2) حل المعادلة (1) ثم استنتج حلول الجملة التالية  $\begin{cases} x = -1[6] \\ x = -4[5] \end{cases}$
- (3) من بين الثنائيات (x; y) من  $\mathbb{Z}^2$  التي هي حلول للمعادلة (1) ما هي الثنائيات (x; y) التي تحقق  $(x^2 - y^2) < 56$ .

أتحقق أن a و b يكتبان على الشكل  $A_p$  في النظام العشري

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 13.

**دورة 2010 (الموضوع 2)**

- 1- نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة: (1)  $7x + 65y = 2009$ ....
- أبين أنه إذا كانت الثنائية (x; y) حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7.
- ب- حل المعادلة (1).

2- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 9.

3- عَيِّن قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يقبل العدد

$$2^{6n} + 3n + 2$$

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n ،  $u_n = 2^{6n} - 1$ .

(أ) تحقق أن  $u_n$  يقبل القسمة على 9.

(ب) حل المعادلة : (2)  $(7u_1)x + (u_2)y = 126567$ ....

ذات المجهول (x; y) حيث x و y عدنان صحيحان.

(ج) عَيِّن الثنائية  $(x_0; y_0)$  حل المعادلة (2) حيث  $x_0$  و  $y_0$

عدنان صحيحان و  $y_0 \geq 25$ .

**دورة 2009 (الموضوع 1ع)**

x عدد طبيعي أكبر تماما من 1 و y عدد طبيعي A عدد

طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس x بالشكل:  $A = 5566$

1- أ. أنشر العبارة  $(5x^2 + 6)(x + 1)$  ثم أوجد علاقة تربط

بين x و y إذ علمت أن:  $A = (5x^2 + 6)(2 + 2y)$ .

ب- أحسب x و y إذا علمت أن x أولي و أصغر من 12، ثم أكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2- أ. عين الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.

ب- عين الأعداد الطبيعية a و b حيث  $b > a$  التي تحقق:

$$\begin{cases} a + b = 32 \\ a^2 + b^2 = 584 \end{cases}$$

**دورة 2009 (الموضوع 2ع)**

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث:

$$3x - 21y = 78 \text{....(E)}$$

1- أ. بين أن المعادلة (E) تقبل حولا في  $\mathbb{Z}^2$ .

(ب) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x; y) من  $\mathbb{Z}^2$  حلا للمعادلة

(E) فإن  $x \equiv 5[7]$ . استنتج حلول المعادلة (E).

2- أ. أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7.

ب- عَيِّن الثنائيات (x; y) من  $\mathbb{Z}^2$  حلول المعادلة (E) وتحقق

$$5^x + 5^y = 3[7]$$

**دورة 1996 (علوم دقيقة)**

(1)  $x$  و  $y$  عدنان طبيعيين أوليان فيما بينهما .

أثبت أن العددين  $(x+y)$  ،  $xy$  أوليان فيما بينهما.

(2)  $\alpha$  ،  $\beta$  عدنان طبيعيين أوليان فيما بينهما .

عين  $\alpha$  ،  $\beta$  حتى يكون :  $15\alpha^2 - 229\alpha = 30\beta$

(3)  $x$  و  $y$  عدنان طبيعيين أوليان فيما بينهما . عين مجموعة

الثنائيات  $(x; y)$  التي تحقق :  $15(x^2 + y^2) = 229(x + y)$

**دورة 2000 (علوم دقيقة)**

(1) حل في المجموعة  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x'; y')$  :

$$9x' - 14y' = 13 \quad \text{علماً أن } (3, 1) \text{ حل لها .}$$

(2) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  :

$$45x - 28y = 130$$

أبين أنه إذا كان  $(x; y)$  حلاً لهذه المعادلة فإن  $x$  مضاعف

للعدد 2 و  $y$  مضاعف للعدد 5 ، ثم حل هذه المعادلة .

(3)  $N$  عدد طبيعي يكتب  $2\alpha\alpha 3$  في نظام تعداد أساسه 9

و  $5\beta\beta 6$  في نظام تعداد أساسه 7 .

عين  $\alpha$  و  $\beta$  ثم أكتب  $N$  في النظام العشري

**دورة 2005 (علوم دقيقة)**

$\alpha$  و  $\beta$  عدنان حيث :  $\alpha = n^2 + n$  و  $\beta = n + 2$  حيث  $n \in \mathbb{N}$

(أ-1) برهن أن :  $\text{PGCD}(\alpha; \beta) = \text{PGCD}(\beta; n)$

(ب) استنتج القيم الممكنة للعدد  $\text{PGCD}(\alpha; \beta)$

(2-أ)  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيين يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس

$n$  كما يلي :  $a = 3520$  و  $b = 384$

(أ) برهن أن العدد  $3n + 2$  هو قاسم مشترك للعددين  $a$  و  $b$

(ب) استنتج تبعاً لقيم  $n$  أن :

$$\text{PGCD}(a; b) = 3n + 2 \quad \text{أو} \quad \text{PGCD}(a; b) = 2(3n + 2)$$

(ج) عين  $\alpha$  و  $\beta$  إذا علمت أن :  $\text{PGCD}(a; b) = 41$

**دورة 2007 (علوم دقيقة)**

لتكن في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  :

$$(*) \quad 43x - 13y = \lambda, \dots, 43x - 13y = \lambda$$

(1) تحقق من أن :  $(-3\lambda; -10\lambda)$  حل للمعادلة  $(*)$  .

حل في  $\mathbb{Z}^2$  هذه المعادلة .

(2)  $N$  عدد طبيعي يكتب  $\alpha\beta\alpha\beta\alpha$  في نظام تعداد أساسه 6

و  $\beta 0 \gamma \gamma \gamma$  في نظام تعداد أساسه 5 .

بين أن  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  تحقق :  $43\alpha - 13\beta = \gamma$

عين  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ثم أكتب  $N$  في النظام العشري

**دورة 1981 (رياضيات)**

1.  $n$  عدد طبيعي ، أثبت أن بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$

على 13 تشكل متتالية دورية . حدد تبعاً لقيم  $n$  هذا الباقي

ما هو باقي قسمة العدد  $1981^{140}$  على 13 .

2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي  $k$  يكون العدد :

$$10 - 3.5^{4k+1} + 5.25^{2k+1}$$

1. ناقش تبعاً لقيم العدد الطبيعي  $n$  باقي قسمة العدد  $5^n$  على 13

2. استنتج أنه مهما كان العدد الطبيعي  $n$  فإن :

$$18^{4n} + 31^{4n+1} + 57^{4n+3} - 1 \equiv 0 [13]$$

$$\begin{cases} 18^{4n} + 31^{4n+1} + 2n \equiv 0 [13] \\ 10 \leq n < 40 \end{cases}$$

**دورة 1989 (رياضيات)**

1- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  باقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7 .

2- عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون العدد

$$4n^2 + 1 + 5^{4n+4} - 19^{4n+3}$$

3-  $a$  عدد طبيعي يكتب  $0xx1$  في نظام تعداد أساسه 5 .

عين العدد الطبيعي  $x$  حتى يكون  $a$  قابلاً للقسمة على 35

**دورة 2004 (علوم دقيقة)**

$n$  عدد طبيعي حيث  $n > 2$  . نعتبر الأعداد الطبيعية :

$$a = 2n + 1, \quad b = 4n + 3, \quad c = 2n + 3$$

(1) أثبت أن العددين  $a$  و  $b$  أوليان فيما بينهما و استنتج أن الأعداد  $a, b, c$  أولية فيما بينها .

(2) عين تبعاً لقيم  $n$  قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين  $b$  و  $c$  عين قيمة  $n$  بحيث يكون :

$$\text{PGCD}(b, c) = 3 \quad \text{و} \quad \text{PPCM}(b, c) = 1305$$

(3) اكتب  $b^2$  في نظام أساسه  $a$  .

(4) نفرض أن  $a, b, c$  هي إحداثيات النقطة  $\omega$  من الفضاء

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

- بين أن النقطة  $\omega$  تنتمي إلى مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيينه .

جد معادلة للمستوي  $(\pi)$  الذي يشمل المبدأ  $O$  و يحتوي على المستقيم  $(\Delta)$

**دورة 2003 (علوم دقيقة)**

(1)  $\alpha$  ،  $\beta$  عدنان طبيعيين أوليان فيما بينهما .

- عين  $\alpha$  ،  $\beta$  حيث :  $\alpha(\alpha^2 - 19) = 35\beta$  و  $\alpha > \beta$

(2) لتكن  $u_n$  متتالية هندسية حده الأول  $u_0$  و أساسها  $r$

حيث  $u_0$  و  $r$  عدنان طبيعيين أوليان فيما بينهما و  $r < u_0$

(أ) اوجد  $u_0$  و  $r$  حتى يكون :  $35u_0^2 + 19u_1 - u_0r^3 = 0$

(ب) نضع  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

اوجد الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يقبل  $S_n$  القسمة على 30

**دورة 1984 (رياضيات)**

لتكن في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة (1)  $11x + 32y = 1984, \dots$

1- أثبت أن من أجل كل زوج  $(x; y)$  حلول المعادلة (1) فإن

$x$  يقبل القسمة على 32 ، ثم استنتج حلول المعادلة (1) .

2- حدد الأزواج  $(x; y)$  حلول المعادلة (1) حيث :  $7 < y < 37$

3- أكتب الأزواج التي حصلت عليها ، في السؤال السابق في النظام العددي الذي أساسه 9 .

**الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي** [larbibelabidi@gmail.com](mailto:larbibelabidi@gmail.com)

---