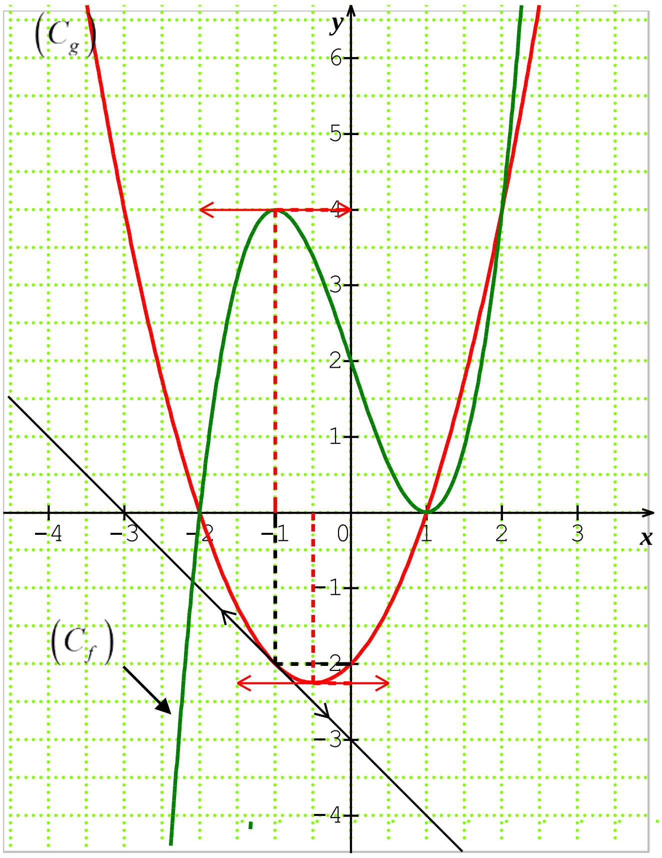
ثانوية : الحـــادةبوركبـــة   يوم :05ديسمبر2016

امتحـــان الفصـــل الاول فـي مـــادة الرياضيـــات

الشعبة: الثالثة علوم تجريبية   المدة : 3ساعات

على المترشح اختيار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول:



التمرين الاول: (04 نقاط)

الشكل المقابل يمثل (C_f) و (C_g) التمثيلينالبيانيين للدالتين f و g المعرفتين و القابلتين للإشتقاق على R و المستقيمات المرسومة في الشكل هي عبارة عن مماسات .

1. بقراءة بيانية عين:

❖ $f(-1)$ ، $f'(-1)$ ، $g'(-1)$, $g'\left(-\frac{1}{2}\right)$

❖ حل في R المتراجحات التالية:

أ. $f(x) \geq 0$

ب. $f'(x) \geq 0$ ،

جـ . $f(x) \leq g(x)$

2. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R

$g(x) = ax^2 + ax - 2a$ و $f(x) = bx^3 - 3bx + 2b$ حيث a و b عددان حقيقيان

❖ عين a و b . (يمكن إستعمال السؤال 1)

التمرين الثاني : (04نقاط)

1) نعتبر المعادلة التفاضلية $2y' + y = e^{-\frac{x}{2}}(x+1)$............$(E')$

لتكن دالة معرفة كمايلي : $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}(mx^2 + px)$

▪ عين العددين الحقيقيين m و p حتى تكون الدالة f حل للمعادلة (E')

2) عين مجموعة حلول المعادلة التفاضلية التالية : $2y' + y = 0$............(E)

3) نعتبر الدالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على R

1- بين انه اذا كانت g حل للمعادلة (E') اذا وفقط اذا كانت $g-f$ حلا للمعادلة (E)

2- استنتج جميع حلول المعادلة (E')

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $(2x+1)(x^2-5x+6)=2x^3-9x^2+7x+6$

2) حل في R المعادلة التالية : $2x^3-9x^2+7x+6=0$

3) حل في R كلا من المعادلتين : $2(\ln x)^3-9(\ln x)^2+7\ln x+6=0$

$6e^{-3x}+7e^{-2x}-9e^{-x}+2=0$

4) حل في R المتراجحة التالية : $2e^{3x}-9e^{2x}+7e^{x}+6\leq 0$

التمرين الرابع: (07نقاط)

I) نعرف الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي ; $g(x)=\ln(e^{-x}+1)-\frac{1}{e^{x}+1}$

1) أحسب نهايتي g عند كل من : $+\infty$ و $-\infty$

2) تحقق أن مشتقة الدالة g تعطى بالعلاقة : $g'(x)=-\frac{1}{(e^{x}+1)^2}$

3) أكتب جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) من أجل كل عدد حقيقي x نعرف الدالة f بالدستور : $f(x)=e^{x}\ln(1+e^{-x})$

(C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(0;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهاية الدالة عند $+\infty$ (يمكنك وضع : $t=e^{-x}$ أو $e^{-x}+1=t$)

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x حقيقي فإن : $f(x)=-xe^{x}+e^{x}\ln(1+e^{x})$

ب- استنتج نهاية عند $-\infty$

3) أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على مجموعة الاعداد الحقيقية

ب- أحسب $f'(x)$ مشتقة الدالة f عند كل عدد حقيقي x وتحقق أن $f'(x)=e^{x}g(x)$

ج- استنتج اتجاه تغير f وضع جدول تغيراتها

4) ارسم المنحنى (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (05 نقاط)

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathfrak{R}$ تحقق المعادلة : $2y' - y + 5 = 0$ و $f(0) = 2$

أجب بصحيح أو خطأ على الاقتراحات التالية مع تقديم التبرير :

1) التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطة $A(2, -3e)$.

2) التمثيل البياني للدالة f يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه هو $\left(\frac{-3e}{2}\right)$.

3) التمثيل البياني للدالة f يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2\ln\left(\frac{5}{3}\right)$

4) الدالة f متزايدة على $\mathfrak{R}$.

5) $(f \circ f)(0) = 5 - 3e$

التمرين الثاني : (04نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. بالنسبة لكل دالة من الدوال التالية اشرح كيف يتم الحصول على منحنيها البياني (C) انطلاقا من التمثيل البياني (Γ) للدالة اللوغاريتمية النيبيرية ثم أرسم (C).

أ) $f(x) = 1 + \ln x$ ب) $g(x) = -\ln x$

جـ) $h(x) = \ln(x+2)$ د) $k(x) = 1 + \ln(x-1)$

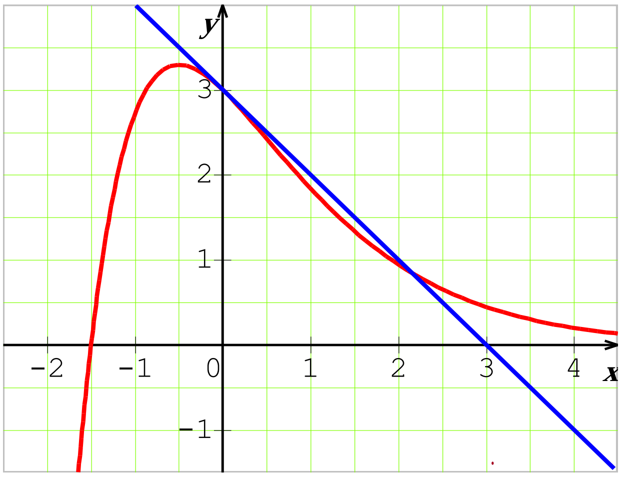
2. نعتبر الدالتين φ و ψ المعرفتين على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$\varphi(x) = \ln(|x|) \quad \text{و} \quad \psi(x) = |\ln(|x|)|$$

نرمز إلى منحنييهما البيانيين على التوالي بـ (C_φ) و (C_ψ).

- بين أن المنحني (C_φ) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب ثم أرسمه.
- أرسم المنحني (C_ψ) انطلاقا من المنحني (C_φ).

التمرين الثالث : (04 نقاط)



المنحني $(\mathscr{C})$ في الشكل التالي هو التمثيل البياني

لدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}(ax+b)$

حيث a وb عددان حقيقيان .

المستقيم Δ هو المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

هذا المماس يمر بالنقطة $A\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ و $B\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$

1. بقراءة بيانية عين $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $f(0)$ ، $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f'(0)$ ثم عين معادلة للمستقيم Δ .

2 . اعتمادا على السؤال السابق عين قيمتي a و b .

لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x)=1-\frac{2x+1}{e^{x}}$.

- شكل جدول تغيرا ت الدالة h (لا يطلب حساب النهايات).
- استنتج انه من أجل كل $x\in[0;1]$: $h(x)\leq 0$

التمرين الرابع: (07نقاط)

I) لتكن g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\left(1+x\right)^{2}+\ln x$

1°) أدرس تغيرات g وشكل جدول تغيراتها

2°) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$ ثم تحقق أن: $0,2<\alpha<0,3$

3°) استنتج إشارة $g(x)$على المجال $]0;+\infty[$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$كما يلي: $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)-\frac{\ln x}{x+1}+x$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ " $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ " " $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}x\ln x=0$ "

2°) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^{2}}$

3°) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4°) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لــ (C_f) بجوار $+\infty$

5°) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)الذي ميله1

6°) بيّن أن : $f(\alpha)=-\left(\alpha^{2}+\ln(1+\alpha)\right)$ ، ثم أثبت أن: $-0,35<f(\alpha)<-0,22$

7°) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$تقبل حلين β_1 و β_2 حيث: $\frac{1}{2}<\beta_2<1$

8°) أنشئ (T) ،(Δ)و (C_f)

9°) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=-m^{2}$ حلين

بالتوفيـــق في شهــــــادة البكـــــــالوريا