

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f(x) = 2 + x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ - أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$$

ب - أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(2) أ - أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب

ب - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) و استنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها

ج - بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$

د - أثبت أن النقطة $A(0,2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) و استنتج معادلة (d')

المستقيم المقارب الآخر

(3) أ - بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-1,5 < \alpha < -1$

ب - إعط حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

ج - أرسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$g(x) = 2 + |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$$

أ - بين أن الدالة g زوجية

ب - إنطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق

(5) ناقش بيتانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $g(x) = x + m$