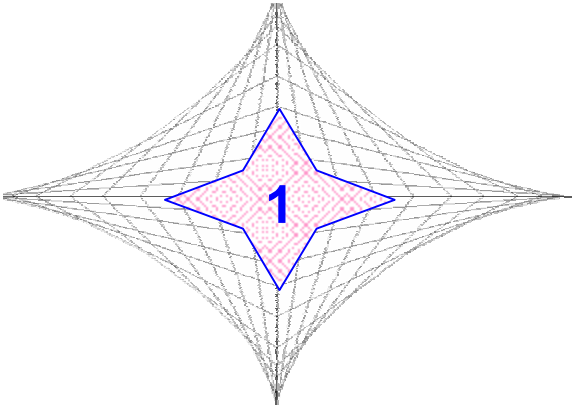
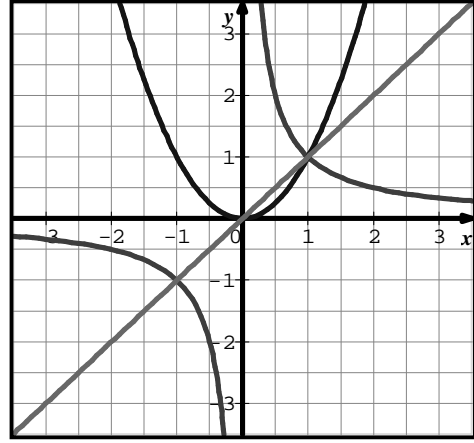


# الدوال العددية



## الكفاءات المستهدفة

- ▶ تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية
- ▶ دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية
- ▶ تمثيل بعض الدوال بيانيا باستعمال الدوال المرجعية



اتجاهي تغير الدالتين  $f$  و  $g$  إنما تعالج أمثلة مختلفة.

▼ دراسة الدوال المرفقة تمكن المتعلم من التعرف على بعض المنحنيات الشهيرة مثل القطع المكافئ والقطع الزائد مما يسهل دراسة الدوال من الدرجة الثانية والتعرف على خواصها.

▼ تأخذ الدوال عبارات جبرية مختلفة وعلى المتعلم اختيار العبارة المناسبة والملائمة لنوع المشكلة المطروحة .

▼ يتم من خلال هذا الفصل تعريف دوال جديدة واستنتاج تغيراتها انطلاقا من الدوال المرجعية التي تمت دراستها في السنة الأولى..

▼ تمكن مضامين هذا الفصل المتعلم من تنمية قدراته في المجالات التالية الحساب الجبري (العمليات على الدوال) ؛ المتباينات (اتجاه تغير بعض الدوال) ؛ التمثيل البياني (استعمال راسمات المنحنيات) ؛ البرهان (المثال المضاد) ... استغلال اتجاه التغيرات لحل مشكلات .

▼ لا يتم التطرق إلى استنتاج تغيرات الدالتين  $f+g$  و  $f.g$  تلقائيا انطلاقا من



## تمارين

- 1 (1 خاطئ . 2 صحيح . 3 صحيح .  
4 صحيح (المعادلة  $f(x)=0$  تقبل حلين في  $[0;4]$  )  
5 خاطئ .
- 2 (1 خاطئ . 2 صحيح . 3 صحيح . 4 صحيح  
3 (1 صحيح لأن  $u$  معرفة على  $[0;+\infty[$  .  
2 صحيح لأن للدالتين  $f$  و  $g$  نفس اتجاه التغير .  
3 خاطئ لأن مثلاً  $u(10) \notin [0;9]$  .  
4 خاطئ . 5 خاطئ . 6 صحيح .  
4 (3  $(f.g)(x)=x(x^2-2x)$  )  
5 (1  $(g \circ h)(x)=2x^2+5$  )  
6 (1  $f \geq g$  لأن  $(C_f)$  يقع فوق  $(C_g)$  على  $[-1;2]$  .  
7 (2  $f$  متزايدة على  $]-1;+\infty[$  .  
8 (1  $f(1)=-\frac{3}{2}$  ؛  $f(0)=3$  ؛  $f(-2)=15$  ؛  
 $f(\sqrt{3})=\frac{9}{2}-5\sqrt{3}$  .  
2 سابقا العدد 3 هما 0 و 10 .  
نقوم حل المعادلة  $f(x)=\frac{17}{2}$  ذات الحلين -1 و 11 .  
9 (1 بقراءة بياننا نجد  $f(-1)=3$  ؛  $f(0)=1$  ؛  
 $f(1)=-1$  .  
2 سوابق العدد (-1) هي فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y=-1$  ونقرأ -2 و 1 .  
3 حلول المعادلة  $f(x)=3$  هي فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta')$  ذي المعادلة  $y=3$  والتي تنتمي إلى المجال  $[-2;2]$  .  
10  $D_f = \mathbb{I}$  .  
11  $D_f = \mathbb{I}$  .  
12  $D_f = \mathbb{I}$  .  
13  $D_f = ]-\infty;0[ \cup ]0;+\infty[$  .  
14  $D_f = \mathbb{I} - \{4\}$  .  
15  $D_f = ]-\infty;-2[ \cup ]-2;2[ \cup ]2;+\infty[$  .  
16  $D_f = \mathbb{I}$  .  
17  $D_f = \mathbb{I} - \{3\}$  .  
18  $|x|=3$  يعني  $x=3$  أو  $x=-3$  ومنه :  $D_f = ]-\infty;-3[ \cup ]-3;3[ \cup ]3;+\infty[$  .
- 19  $D_f = [1;+\infty[$  .  
20  $D_f = [2;3[ \cup ]3;+\infty[$  .  
21  $D_f = \mathbb{I}$  .  
22  $D_g = [-2;+\infty[$  ، ومنه  $f \neq g$  .  
23  $f = g$  .  
24  $D_g = \mathbb{I}$  ، ومنه  $f \neq g$  ؛  $D_f = \mathbb{I}^*$  .  
25 لدينا  $D_f = D_g = [0;1[ \cup ]1;+\infty[$  ومن أجل كل  $x$  من  $D_f$  ؛  $f(x)=g(x)$  ومنه  $f = g$  .  
26  $f = g$  .  
27  $f = g$  .  
28 (1 الدوال  $f$  ،  $g$  ،  $f+g$  و  $f.g$  معرفة على  $\mathbb{I}$  .  
2  $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=2x^2+2x-2$  .  
 $(f.g)(x)=x^4+2x^3-2x^2+2x-3$  .  
29 (1  $D_f = D_g = ]-\infty;-1[ \cup ]-1;+\infty[$  .  
2  $D_{-2g} = D_g$  ؛  $D_{3f} = D_f$  .  
30 (1  $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$  .  
 $(f+g)(x)=2(x^2+2x+1)=2(x+1)^2$  .  
2 لدينا  $(2f+g)(x)=(2x+1)^2$  .  
إن  $h: x \mapsto 2x+1$  حيث  $(2f+g)=h^2$  .  
تصحیح الشرط " في حالة وجودها " يحذف من السؤال 1 ويضاف إلى السؤال 2 .  
31 (1  $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$  .  
 $(f+g)(2)=\frac{29}{4}$  ،  $(f+g)(1)=\frac{3}{2}$  ،  
 $(f+g)(\sqrt{5})=\frac{47\sqrt{5}}{10}-2$  .  
 $(3f)(x)=3 \times f(x)$  . ومنه :  
 $(3f)(2)=24$  ،  $(3f)(1)=9$  .  
 $(3f)(\sqrt{5})=15\sqrt{5}-6$  .  
 $(-2g)(x)=-2 \times g(x)=\frac{3}{x}$  ومنه :  
 $(-2g)(2)=\frac{3}{2}$  ،  $(-2g)(1)=3$  .  
 $(-2g)(\sqrt{5})=\frac{3\sqrt{5}}{5}$  .  
2 الدوال  $f.g$  ،  $\frac{f}{g}$  ،  $\frac{1}{2}f-g$  ، معرفة على  $]0;+\infty[$  ومنه العددين -1 ، لا تقبل صور .

$$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = -26, (f \circ g)(3) = -\frac{13}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}f - g\right)(3) = 7$$

32 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $i$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = -6x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = -6x$$

33 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $i$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3x - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 3x - 7$$

34 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $i$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(g \circ f)(x) = 2 - 3x^2$$

35 الدالة  $f \circ g$  معرفة على  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = \frac{-1}{2x+1}$$

الدالة  $g \circ f$  معرفة على  $\{-1\}$  ولدينا :

$$(g \circ f)(x) = \frac{-2}{x+1}$$

36 الدالة  $f$  معرفة على  $[0; +\infty[ \cup ]-\infty; -2]$  ومنه

$$\frac{1}{x} - 3 \leq -2 \text{ و } x \neq 0 \text{ معرفة إذا كان } f \circ g$$

$$\text{أو } \left(\frac{1}{x} - 3 \geq 0\right) \text{ أي } [1; +\infty[ \cup \left]0; \frac{1}{3}\right] \cup ]-\infty; 0[ \text{ أي } x \in$$

$$\text{ولدينا : } (f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x}} + 3$$

الدالة  $g$  معرفة على  $i^*$  ومنه الدالة  $g \circ f$  معرفة إذا كانت

$$f \text{ معرفة و } f(x) \neq 0 \text{ أي } [0; +\infty[ \cup ]-\infty; -2[ \text{ أي } x \in$$

$$\text{ولدينا : } (g \circ f)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}} - 3$$

37 (1) الدالة  $k$  معرفة على  $i$  ولدينا من أجل كل  $x$

$$(h \circ g)(x) = x^2 + 1 = k(x) : i$$

(2) الدالتان  $(f+k)$  و  $(g \circ h)$  معرفتان على  $i$  ولدينا

$$\text{من أجل كل } x : i (f+k)(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$(g \circ h)(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\text{و منه : } f+k = g \circ h$$

بنفس الطريقة نثبت صحة (3 ، (4 ، (5 و (6) .

$$38 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = x^2 \text{ و } v(x) = x - 1$$

$$39 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = x^2 + 1 \text{ و } v(x) = x + 2$$

$$40 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = \frac{3}{x} \text{ و } v(x) = x + 1$$

$$41 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = \sqrt{x} \text{ و } v(x) = x + 1$$

$$42 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = \cos x \text{ و } v(x) = x - 1$$

$$43 f = u \circ v \text{ حيث } u(x) = |x| \text{ و } v(x) = \frac{2}{5}x - 1$$

$$44 \text{ لدينا من أجل كل } x \text{ من } I : (f+g)(x) = x^2 + x$$

ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عدنان من  $I$  حيث  $x_1 < x_2$

$$\text{إذن } x_1^2 < x_2^2 \text{ و بالتالي } x_1^2 + x_1 < x_2^2 + x_2$$

$$\text{أي } (f+g)(x_1) < (f+g)(x_2)$$

إذن  $(f+g)$  متزايدة تماماً على  $I$  .

$$45 \text{ لدينا من أجل كل } x_1 \text{ و } x_2 \text{ عدنان من } ]-\infty; 0[ \text{ حيث } x_1 < x_2$$

$$\text{إذن } x_1^2 > x_2^2 \text{ و } |x_1| > |x_2|$$

$$\text{و بالتالي } x_1^2 + |x_1| > x_2^2 + |x_2|$$

إذن  $f$  متناقصة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

$$46 \text{ الدالة } x \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$\text{و الدالة } x \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$\text{و بالتالي الدالة } x - \frac{1}{x} \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$47 (1) f = u \circ v \text{ حيث من أجل كل } x \text{ من } ]-\infty; 3[$$

$$v(x) = 3 - x \text{ و من أجل كل } x \text{ من } i^+ : u(x) = \sqrt{x}$$

(2) بما أن ليس للدالتين  $u$  و  $v$  نفس اتجاه التغير فإن الدالة

$$u \circ v \text{ متناقصة تماماً على } ]-\infty; 3[$$

و منه هي كذلك متناقصة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

$$48 f \text{ و } g \text{ معرفتان على } i : b$$

$$f(x) = (x-2)^2 \text{ و } g(x) = (x-2)^2 - 1$$

$$49 D_h = i^*(1)$$

(2) المنحني الأول ممثل للدالة  $g$  ؛ المنحني الثاني ممثل

للدالة  $f$  ؛ يبقى المنحني الثالث ممثل للدالة  $h$  .

(3) الدالتان  $f$  و  $g$  لهما نفس اتجاه التغير على  $]0; -\infty[$  ،

إذن الدالة  $h$  متزايدة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

• ليس للدالتين  $f$  و  $g$  نفس اتجاه التغير على  $]0; +\infty[$  ،

إذن  $h$  متناقصة تماماً على  $]0; +\infty[$  .

50 - منحني الدالة  $g$  نظير (C)

بالنسبة لمحور الفواصل

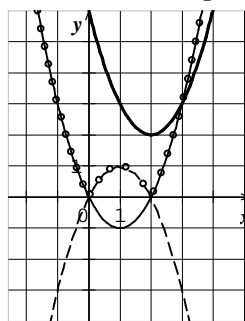
- منحني الدالة  $h$  ينطبق على (C)

في  $]2; +\infty[ \cup ]-\infty; 0[$  و يكون

نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل

في  $[0; 2]$  .

• - منحني الدالة  $k$  هو صورة



55 (1)  $a = -1$  ،  $b = -5$  و  $c = 10$  .

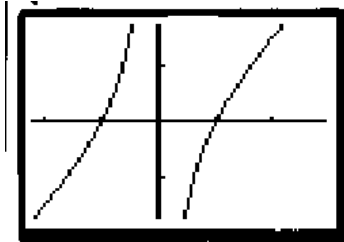
(2)  $f(x) - (-x-5) = \frac{10}{2-x}$

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$\frac{10}{2-x}$		+	-
الوضعية	$(C_f)$ تحت المستقيم		$(C_f)$ فوق المستقيم

56 تصحيح :  $f$  معرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  ؛

(1) قواعد تغيير المعلم :  
 $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y - 1 \end{cases}$

معادلة  $(C_f)$  في المعلم  $(A; i; j)$  عي :  $Y = \frac{X^2 - 1}{X}$



(2) الرسم

(3)  $A$  مركز تناظر للمنحني  $(C_f)$  .

57 لنبين أن  $[(\Delta): x=1]$  محور تناظر لـ  $(C)$  .

لتكن مثلا النقطة  $A(1;0)$  . معادلة  $(C)$  في المعلم

هي  $Y = \frac{X^2 + 2}{X^2}$   $(A; i; j)$

الدالة  $g: x \mapsto \frac{x^2 + 2}{x^2}$  زوجية ومنه  $[(\Delta): x=1]$  محور تناظر .

58  $f(x) = -x + \frac{3}{x-2}$  . من أجل كل  $x_1$  و  $x_2$  من

$]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$  لدينا :  $\frac{3}{x_1 - 2} > \frac{3}{x_2 - 2}$  ومنه :

$f(x_1) > f(x_2)$  أي  $-x_1 + \frac{3}{x_1 - 2} > -x_2 + \frac{3}{x_2 - 2}$

وبالتالي  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$  .

59  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  .

60  $f$  متزايدة تماما على  $]0; 2[$  .

61  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  .

62  $f$  متناقصة تماما على  $]-3; -\infty[$  .

63 (1) الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  والدالة  $g$

متناقصة تماما على  $]0; +\infty[$  .

(C) بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{i} + 3\vec{j}$  .

51 (1)  $a = 1$  و  $b = 2$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$x^3$		

(3) لدينا  $f(x) = (x-1)^3 + 2$

الدالتان  $x \mapsto x^3$  و  $x \mapsto x-1$  متزايدتان تماما على  $\mathbb{R}$  ؛  
ومنه الدالة  $u: x \mapsto (x-1)^3$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  ؛  
(مركب دالتين). إذن الدالة  $(u+2)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

(4) (C) هو صورة منحنى الدالة  $x \mapsto x^3$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{i} + 2\vec{j}$  .

52 الدالة  $f_1$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ؛ ولدينا من أجل كل  $x$  من

$[0; +\infty[$  :  $f_1(x) = f(x)$  و الدالة  $f_1$  دالة زوجية

إذن جزء  $(C_{f_1})$  في المجال  $[0; +\infty[$  ينطبق على (C)

في هذا المجال و جزء  $(C_{f_1})$  في المجال  $]-\infty; 0]$  هو نظير

الجزء السابق من  $(C_{f_1})$  بالنسبة إلى محور الترتيب

لدالة  $f_2$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ؛

إذا كان (C) من فوق محور الفواصل فإن  $(C_{f_2})$  ينطبق

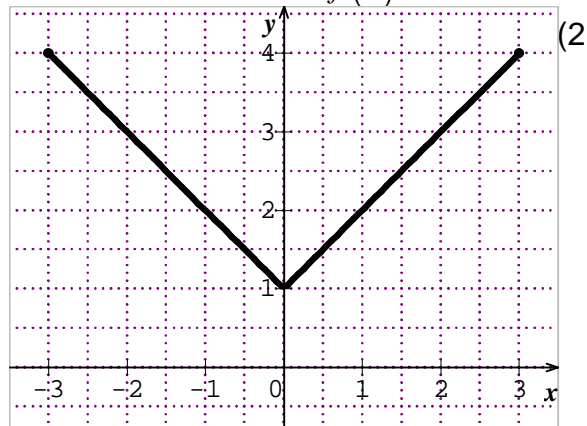
على (C) و إذا كان (C) من تحت محور الفواصل فإن

$(C_{f_2})$  نظير (C) بالنسبة إلى محور الفواصل .

53 (1) ليكن  $x \in [-3; 0]$  ومنه  $-x \in [0; 3]$  إذن

$f(-x) = -x + 1$  ، علما أن  $f(-x) = f(x)$

فإن  $f(x) = -x + 1$  .



ملاحظة من أجل كل  $x \in [-3; 3]$  ؛  $f(x) = |x| + 1$  .

$x$	-4	-3	-1	0	1	3	4
$f(x)$	5	4	2	1	2	4	5

(2) الدالة  $h$  معرفة على  $[0; +\infty[$  بـ  $h(x) = -x$ .

الدالة  $h$  متناقصة تماما على  $[0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	$\nearrow$

64

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$h(x)$		$\searrow$	$\searrow$

(2) من أجل كل عددين  $x_1$  و  $x_2$  من  $]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} g(x_1) > g(x_2) \\ h(x_1) > h(x_2) \end{cases}$  ومنه :

$g(x_1) + h(x_1) > g(x_2) + h(x_2)$  أي :

$f(x_1) > f(x_2)$  وبالتالي  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$

(3) من أجل كل عددين  $x_1$  و  $x_2$  من  $]0; +\infty[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} g(x_1) < g(x_2) \\ h(x_1) > h(x_2) \end{cases}$  ، لا يمكن المقارنة بين

$g(x_1) + h(x_1)$  و  $g(x_2) + h(x_2)$

(65) ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عددين من  $]0; +\infty[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا :  $\begin{cases} 0 < x_1^2 + 1 < x_2^2 + 1 \\ 0 < \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \end{cases}$  ومنه

$\sqrt{x_1}(\sqrt{x_1} + 1) < \sqrt{x_2}(\sqrt{x_2} + 1)$  أي  $f(x_1) < f(x_2)$

وبالتالي الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$ .

(2) ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عددين من  $]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} -3x_1 + 2 > -3x_2 + 2 > 0 \\ x_1^2 > x_2^2 > 0 \end{cases}$  ومنه :

$x_2^2(-3x_2 + 2) > x_1^2(-3x_1 + 2)$  أي  $f(x_2) > f(x_1)$

وبالتالي الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$ .

(3) الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[1; 8]$ .

(66) (1)  $(C_f)$  هو

المنحنى المرسوم بالخط

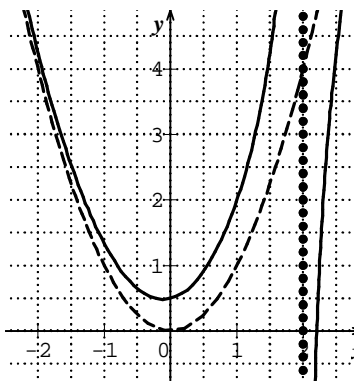
المستمر و  $(C_g)$  هو

القطع المكافئ المرسوم

بالخط المتقطع .

(2) في المجال  $]-\infty; 2[$

$(C_f)$  يقع فوق  $(C_g)$



و في المجال  $]2; +\infty[$   $(C_f)$  يقع تحت  $(C_g)$ .

(67) (1)  $f$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$ .

إذا كان  $x \geq 0$  فإن  $2x \geq 0$  ومنه  $x^2 + 2x \geq 0$ .

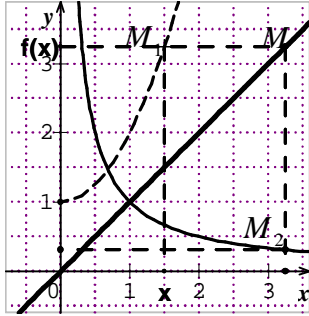
(2)  $g$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$ .

إذا كان  $x \geq 0$  فإن  $x+1 \geq 1$  ومنه  $\sqrt{x+1} \geq 1$

أي :  $-1 + \sqrt{x+1} \geq 0$ .

(3)  $g \circ f$  معرفة على  $[0; +\infty[$  و  $(g \circ f)(x) = x$

(4)  $f \circ g$  معرفة على  $[0; +\infty[$  و  $(f \circ g)(x) = x$



(68)  $M_1(x; f(x))$

نعين النقطة

$M(f(x); f(x))$

من المنصف ثم نعین النقطة

$M_2(f(x); g[f(x)])$

أي  $M_2(f(x); h(x))$

(69) (1) من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  ؛  $f(x) = u(x) + v(x)$

حيث  $u(x) = 3x$  و  $v(x) = \frac{-1}{3x}$ .

(2) الدالتان  $u$  و  $v$  متزايدتان تماما على كلا المجالين

$]0; +\infty[$  و  $]-\infty; 0[$ .

من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  ؛ إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن :

$u(x_1) < u(x_2)$  و  $v(x_1) < v(x_2)$  ومنه :

$u(x_1) + v(x_1) < u(x_2) + v(x_2)$  إذن  $f$  متزايدة تماما

على كلا المجالين  $]0; +\infty[$  و  $]-\infty; 0[$ .

(3) ليكن  $x \in \mathbb{R}^* - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$  ؛  $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{9x^2 - 1}{3x - 1} = 3x + 1$  ؛

(4)  $D_h = \mathbb{R}^*$  و  $D_f = \mathbb{R}^* - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$  ؛  $h \neq \frac{f}{g}$  إذن  $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R}^* - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

(70) (1) من أجل كل  $x$  من  $I$  ؛  $f(x) = u(x) + v(x)$

حيث  $u(x) = \frac{1}{2}x$  و  $v(x) = \frac{-1}{2x}$ .

(2)  $u$  و  $v$  متزايدتان تماما

على  $I$ .  $f$  متزايدتان تماما

على  $I$ .

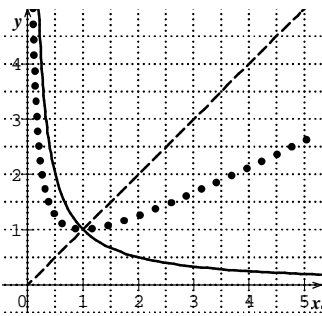
(3) من أجل كل  $x$  من  $I$  ؛

$S(x) = x$  و  $D(x) = \frac{1}{x}$

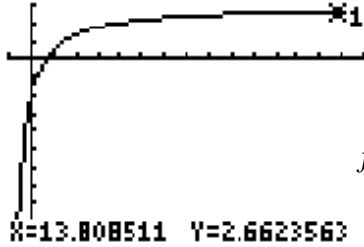
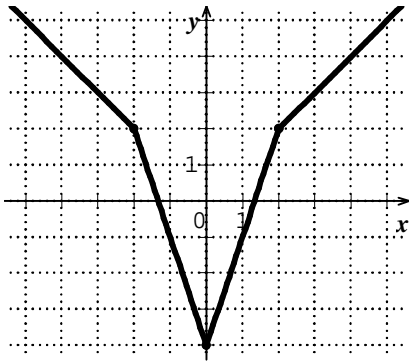
$S$  متزايدة تماما على  $I$

و  $D$  متناقصة تماما على  $I$

(4)  $M_s(x; S(x))$  و  $M_D(x; D(x))$  النقطتان من







74 (1) الرسم

(2) التخمين  $A = 3$  .

$$f(x) = 3 + \frac{-5}{x+1} \quad (3)$$

(4) باستعمال العمليات

على الدوال نجد الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[-1; +\infty[$  .

(5) من أجل كل  $x \in [-1; +\infty[$  ؛  $x+1 > 0$  ومنه

$$\frac{-5}{x+1} < 0 \quad \text{إذن} \quad f(x) - 3 < 0$$

(6)  $f(x)$  يتغير في المجال  $]-\infty; 3]$  .

$$AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4} ; \quad AM(x-2; \sqrt{x}) \quad (1) \quad 75$$

(2) (أ)  $f(x) = x^2 - 3x + 4$  ومنه  $AM = \sqrt{f(x)}$  .

$x$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	4	$\frac{7}{4}$	

(ج) القيمة الحدية الصغرى للدالة  $f$  هي  $\frac{7}{4}$  ومنه أصغر

مسافة ممكنة لـ  $AM$  هي  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  وفاصلة  $M$  هي الحل

الموجب للمعادلة  $f(x) = \frac{7}{4}$  ونجد  $\left(\frac{3}{2}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$  .

$$\frac{MQ}{9} = \frac{6-x}{6} \quad \text{منه} \quad \frac{BQ}{BH} = \frac{MQ}{AH} \quad 76$$

$$MQ = \frac{18-3x}{2} \quad \text{إذن} \quad MQ = 9 \times \frac{6-x}{6}$$

$$A(x) = MQ \times QP = \frac{18-3x}{2} \times 2x = -3x^2 + 18x$$

(2) الدالة  $A$  معرفة على  $[0; 6]$

(3) الدالة  $A$  متزايدة تماماً على  $[0; 3]$  و متناقصة تماماً

على  $[3; 6]$  .

(4) الدالة  $A$  تقبل القيمة 27 كقيمة حدية عظمى عند  $x = 3$  .

منحني الدالة  $S$  و الدالة  $D$  على الترتيب

$$M\left(x; \frac{S(x) + D(x)}{2}\right) \text{ نقطة من منحني الدالة } g$$

وتكون  $M$  منتصف القطعة  $[M_S M_D]$  .

71 نعتبر دالة  $f$  معرفة على المجال  $[-3; 3]$  .

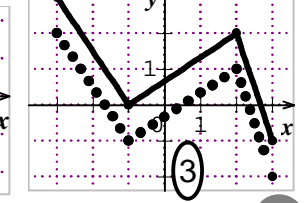
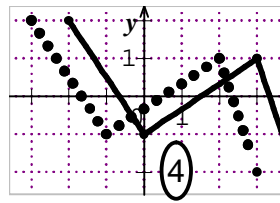
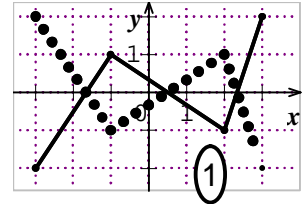
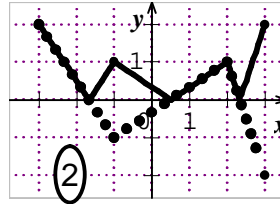
(1) منحني  $f_1$  نظير منحني  $f$  بالنسبة لمحور الفواصل .

(2) أربعة أجزاء منطبقه مثنى مثنى وجزآن متناظران

بالنسبة لمحور الفواصل .

(3) منحني  $f_3$  صورة منحني  $f$  بالانسحاب الذي شعاعه  $j$

(4) منحني  $f_4$  صورة منحني  $f$  بالانسحاب الذي شعاعه  $i$



72 كل من  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفة على  $i$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

73 (1) نجد بسهولة  $f(-x)f(x)$

$x$	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	-	+	
$x+2$	-	+	+	+	

من أجل  $x \in ]-\infty; -2]$  ؛  $f(x) = x$

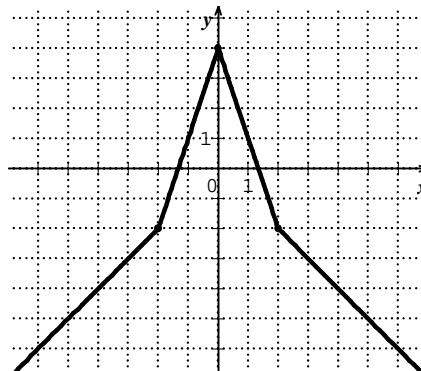
من أجل  $x \in [-2; 0]$  ؛  $f(x) = 3x + 4$

من أجل  $x \in [0; 2]$  ؛  $f(x) = -3x + 4$

من أجل  $x \in [2; +\infty[$  ؛  $f(x) = -x$

(3) الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $]-\infty; 0]$  و متناقصة تماماً

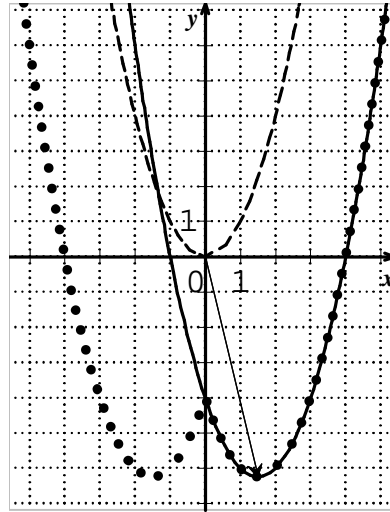
على  $[0; +\infty[$  .



(5) تكون مساحة المستطيل  $MNPQ$  أكبر ما يمكن إذا كان  $x = 3$  و تكون قياسات المستطيل هي 6 و  $\frac{9}{2}$ .

77 (1) ينشر العبارة  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$  نجد عبارة  $f(x)$ .

المنحني  $(C_f)$  صورة المنحني  $(P)$  بالانسحاب الذي



شعاعه  $\frac{3}{2}i - \frac{25}{4}j$

(2) من أجل كل عدد حقيقي  $x \geq 0$  لدينا

$|x| = x$  ومنه

$$g(x) = f(x)$$

$g$  زوجية لأن

$$|-x| = |x|$$

(3) منحنى الدالة

الزوجية يكون

متناظر بالنسبة

لمحور الترتيب .

78 (I) (1) نحل في  $\{3\}$  المعادلة

$$\frac{(x+4)(x-1)(x-2)}{2(x-3)} = 0 \text{ أي } f(x) - g(x) = 0$$

ونجد إحداثيات نقط التقاطع  $(-4; 0)$  و  $\left(1; \frac{5}{2}\right)$  و  $(2; 6)$ .

(2) ندرس إشارة  $f(x) - g(x)$

$$(II) (1) f_m(x) = g(x) \text{ تكافئ}$$

$$mx^3 - 7mx^2 + (16m+1)x - 12m - 2 = 0$$

$$8m - 28m + 32m + 2 - 12m - 2 = 0 \quad (2)$$

$$(E) (3) c_m = 6m+1, b_m = -5m, a_m = m \text{ ومنه}$$

$$(x-2)(mx^2 - 5mx + 6m+1) = 0 \text{ تكافئ}$$

$$\Delta = m^2 - 4m \text{ مميز المعادلة}$$

$$mx^2 - 5mx + 6m+1 = 0$$

$$m \in [0; 4[ \quad \bullet$$

$$m \in ]-\infty; 0[ \cup ]4; +\infty[ \quad \bullet$$

79 تصحيح المعلم متعامد وليس متجانس

(1) فاصلة  $I$  هي  $\frac{t}{2}$  ولدينا:  $\frac{AN}{BC} = \frac{AM}{MB}$  أي

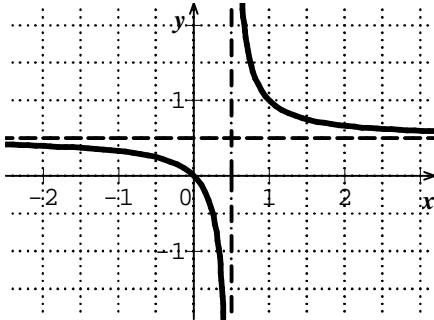
$$AN = \frac{t}{1-t} \text{ ومنه ترتيب } N \text{ هو } \frac{t}{t-1} \text{ وبالتالي ترتيب } I$$

$$\text{هو } \frac{t}{2(t-1)}$$

$$(2) \text{ لدينا } t = 2x \text{ ومنه } y = \frac{2x}{2(2x-1)} = \frac{x}{2x-1}$$

$$(3) (i) f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2x-1}$$

(ب)  $f$  متناقصة تماماً على كل من  $]-\infty; \frac{1}{2}[$  و  $]\frac{1}{2}; +\infty[$



(ج) إحداثيي مركز التناظر هي  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .